ロバスト制御理論特論 期末試験 (2016.8.05)

出題 平田 光男

問 1. 次の状態空間実現で表されるシステムについて，以下の各問いに答えよ。（50 点）

$$\dot{x}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}}_{A} x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} u(t), \quad y(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}}_{C} x(t)$$

(1) A の固有値を求めて漸近安定性を調べよ。
(2) e^{At} の (1,1) 要素を求めよ。
(3) 可制御性，可観測性を調べよ。
(4) u から y までの伝達関数を求めよ。
(5) 状態フィードバック $u = Fx$ によって閉ループ極が -5 の重根になるように F を定めよ。

問 2. 次の各問いに答えよ。（20 点）
(1) 次の伝達関数の H_∞ ノルムを求めよ。

$$G_1(s) = \frac{2}{3s+5}, \quad G_2(s) = \frac{2s+5}{3s+10}$$

(2) ノミナルモデル P が $\tilde{P}$ に変動した。このとき，乗法的摂動と加法的摂動を求めよ。ただし，P および $\tilde{P}$ は次式で定義する。また，**答えは一つの分数にまとめる**こと。

$$P = \frac{1}{s+1}, \quad \tilde{P} = \frac{1}{(0.01s+1)(s+1)}$$

問 3. 次式で定義される摂動 $\Delta \in \mathcal{RH}^\infty$ を持つシステム $\tilde{P}$ を考える。

$$\tilde{P} = \frac{P}{1 + \Delta P}$$

ただし，P はノミナルモデルを表し，厳密にプロパな伝達関数とする。
このとき，次の各問いに答えよ。（30 点）

(1) $\tilde{P}$ のブロック線図を描け。ただし，$\tilde{P}$ への入力および出力をそれぞれ u_p，y_p とする。
(2) 図 1 に示すように，$\tilde{P}$ をフィードバック制御器 K で内部安定化することを考えたとき

$$|\Delta(j\omega)| \le |W(j\omega)|, \quad \forall\omega$$

を満たす全ての Δ に対してロバスト安定となる条件を，スモールゲイン定理を使って導け。ただし，$W(s) \in \mathcal{RH}^\infty$ は既知とする。
(3) (2) の条件を満たす制御器 K を H_∞ 制御によって求めたい。そのための一般化プラント G のブロック線図を描き，G の伝達行列表現を求めよ。

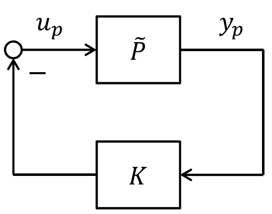

図 1: