

ロバスト制御理論特論 期末試験 (2010.2.4)

出題 平田 光男

問 1. $u(t)$ と $y(t)$ に関する次の微分方程式について以下の問いに答えよ。

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + \frac{d}{dt}y(t) = u(t)$$

- (1) 状態方程式を求めよ。ただし、入力を $u(t)$ 、出力を $y(t)$ 、状態変数を $x = [y(t), \dot{y}(t), \ddot{y}(t)]^T$ とする。
- (2) (1) で求めた状態方程式に対し、出力方程式を求めよ。
- (3) u から y までの伝達関数を求めよ。

問 2. 行列

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

について以下の問いに答えよ。

- (1) 「 (A, B) は可制御」は何を意味するか、説明せよ。
- (2) (A, B) は可制御となることを示せ。
- (3) $(A + BF)$ の固有値が $-5, -6$ となるように $F = [f_1, f_2]$ を求めよ。

問 3. 図 1 の直結フィードバックシステムにおいて $P = 1/(s+1)$ とする。そして、正の実数 k に対して、 $K = k$ とする比例制御を考える。ただし、 r は目標値、 d は外乱、 n は観測ノイズとする。このとき、以下の問いに答えよ。

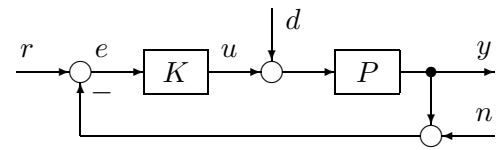


図 1:

- (1) 感度関数 S と相補感度関数 T を求めよ。
- (2) $\|S\|_\infty$ と $\|T\|_\infty$ を求めよ。
- (3) 図 1 の制御系の目標値応答特性が良好になるためのゲイン k の設計指針について、外乱 d や観測ノイズ n の影響も踏まえた上で、述べよ。

問 4. 行列変数 $X = X^T$ に対する次の行列不等式がある。

$$XA + A^T X + XBB^T X + R < 0 \tag{1}$$

ただし、 A, B, R は実数を要素に持つ行列で、 $R = R^T$ が成り立つとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) (1) 式において、行列に対する不等号 “ $<$ ” は何を意味するか、説明せよ。
- (2) (1) 式は線形行列不等式 (LMI) ではない。その理由を述べよ。
- (3) (1) 式を Schur complement により LMI に等価変換せよ。ただし、Schur complement は行列 $P = P^T, R = R^T, Q$ に対して

$$\begin{bmatrix} P & Q \\ Q^T & R \end{bmatrix} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P > 0 \text{ かつ } R - Q^T P^{-1} Q > 0 \\ R > 0 \text{ かつ } P - QR^{-1} Q^T > 0 \end{cases}$$

となることを言う。