ロバスト制御理論特論 期末試験 (2014.8.1)

出題 平田 光男

問 1. システムへの入力を $u(t)$，出力を $y(t)$ としたとき，それらの関係が微分方程式

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t)$$

で表されるシステムについて，次の各問いに答えよ。(50 点)

(1) 入力から出力までの伝達関数を求めよ。
(2) 状態方程式と出力方程式を求めよ。ただし，状態変数ベクトル $x(t)$ は $x(t) = [y(t),\ \dot{y}(t)]^T$ と定義すること。
(3) (2) で求めた状態方程式の漸近安定性を調べよ。
(4) 状態フィードバック $u(t) = Fx(t)$ によって閉ループ極が -4，-5 になるように F を定めよ。
(5) (4) のもとで，$x(0) = [1, 0]^T$ としたときの $y(t)$ の応答を求めよ。

問 2. $P(s)$ を安定かつ厳密にプロパな伝達関数とする。このとき，図 1 の直結フィードバック制御系においてフィードバック制御器を

$$K(s) = \frac{1}{1 - P(s)}$$

と定めると，このシステムは内部安定となることを示せ。(10 点)

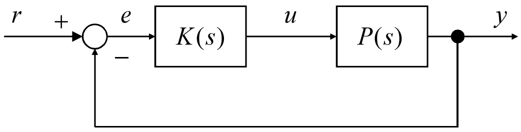

図 1:

問 3. 感度関数 $S = 1/(1 + PK)$ に対して，$\| S \|_\infty$ を最小化する H_∞ 制御器を設計したい。このとき，次の各問いに答えよ。(30 点)

(1) $\| S \|_\infty$ を最小化するための一般化プラントは 2 種類考えられる。それらを G_1，G_2 としたとき，G_1，G_2 のブロック線図を書け。
(2) G_1，G_2 の伝達関数行列表現を求めよ。
(3) K がプロパで P が厳密にプロパな伝達関数の場合，$\| S \|_\infty$ の最小値は必ず 1 以上になる。理由を答えよ。（ヒント：周波数 ∞ における感度関数のゲインを考えてみる）

問 4. $x = [x_1, \ldots, x_n]^T \in \mathcal{R}^n$, $F_i = F_i^T \in \mathcal{R}^{n\times n}$ $(i = 0, 1, \ldots, n)$ に対し $F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i F_i$ を定義する。ただし，n は正の整数とする。このとき，$F(x) > 0$ を満たす x の集合は凸集合になることを示せ。(10 点)