制御工学 試験問題 (2009.2.5) 略解

出題 平田 光男

問 1. (各 5 点)

(1) プロパ（プロパー）

(2) 特性方程式

(3) 63.2

(4) BIBO

問 2. (各 10 点)

(1) $\dfrac{1}{s}$,　不安定

(2) $\dfrac{1}{s+1}$　あるいは　$\dfrac{s+1}{s^2+2s+1}$,　安定

コメント：伝達関数で 5 点，安定性で 5 点

問 3. (各 10 点)

(1) $\omega_n = 3$, $\zeta = 0.25$

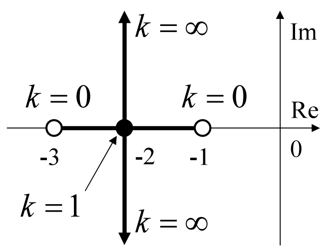
(2) $G(j\omega) = 4/((4-\omega^2)+j\omega)$ となるので分母の実部を 0 とおいて $\omega = \pm 2$。このとき，$G(j\omega) = -j4/\omega$ となるが，位相が -90° より $\omega > 0$。よって $\omega = 2$。ゲインについては，$|G(j2)| = |-j4/2| = |-j2| = 2$

(3) 図は省略するが $1+j0$ ($\omega = 0$) を始点として $-j2$ ($\omega = 2$) を通り，実軸負の方向から原点 ($\omega = \infty$) に向かう軌跡が書けていれば良い。なお，軌跡は第 2 象限は通らない。

問 4. (各 10 点)

(1) $1 + PC = 0$ を解いて $s = -2 \pm \sqrt{1-k}$

(2) (1) の解は，$0 < k < 1$ で二つの実数根，$k = 1$ で重根，$1 < k$ で実部が -2 の複素根となる。これを図示すると



(3) 定常位置偏差は単位ステップ入力に対する定常偏差なので

$$\epsilon_p = \lim_{s\to 0} s \frac{1}{1+L(s)}\frac{1}{s} = \frac{1}{1+L(0)} = \frac{3}{3+k}$$

つまり，k が大きいほど定常位置偏差は小さくなる。一方，図 1(b) の領域に極が存在するためには，(2) の根軌跡の結果から $1 < k$ において，虚部の絶対値が実部の絶対値以下であればよい。つまり，

$$|j\sqrt{k-1}| \le |-2|$$

これを解いて $k \le 5$ を得る。従って，定常偏差の最小値は 3/8，そのときの k は 5 となる。