No.8 略解

問 1

(1) C の両端は R_1, R_2, L を経由してつながっているので，C の電荷はやがて 0 になる。よって，定常状態では，C の電荷と回路を流れる電流は 0 となる。このことより，$i_1(0) = 0$, $q(0) = 0$

(2) 回路方程式は

$$R_1 i_1(t) + L\frac{di_1(t)}{dt} = E$$

これを解いて

$$i_1(t) = \frac{E}{R_1}\left(1 - e^{-\frac{R_1}{L}t}\right)$$

(3) 回路方程式は

$$R_2 i_2(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i_2(t)\,dt = E$$

これを解いて

$$i_2(t) = \frac{E}{R_2}e^{-\frac{1}{R_2 C}t}$$

(4) $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$ を微分して 0 とおく。

$$\frac{E}{L}e^{-\frac{R_1}{L}t} - \frac{E}{R_2^2 C}e^{-\frac{1}{R_2 C}t} = 0$$

これが時間 t によらず成り立つためには,

$$\frac{E}{L} = \frac{E}{R_2^2 C}, \quad \frac{R_1}{L} = \frac{1}{R_2 C}$$

これを解いて次式を得る。

$$R_1 = R_2 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

問 2

(1) 回路方程式は次式となる。

$$\frac{1}{C_1}\left(\int_0^t (-i(t))dt + q_0\right) = Ri(t) + \frac{1}{C_2}\int_0^t i(t)\,dt$$

(2)

$$i = \frac{q_0}{RC_1}e^{-\frac{C_1+C_2}{RC_1C_2}t}$$

(3)

$$\begin{aligned} v_{c1}(t) &= \frac{1}{C_1}\left(\int_0^t (-i(t))dt + q_0\right) \\ &= \frac{q_0}{C_1+C_2}\left(\frac{C_2}{C_1}e^{-\frac{C_1+C_2}{RC_1C_2}t} + 1\right) \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned} v_{c2}(t) &= \frac{1}{C_2}\int_0^t i(t)\,dt \\ &= \frac{q_0}{C_1+C_2}\left(1 - e^{-\frac{C_1+C_2}{RC_1C_2}t}\right) \end{aligned}$$