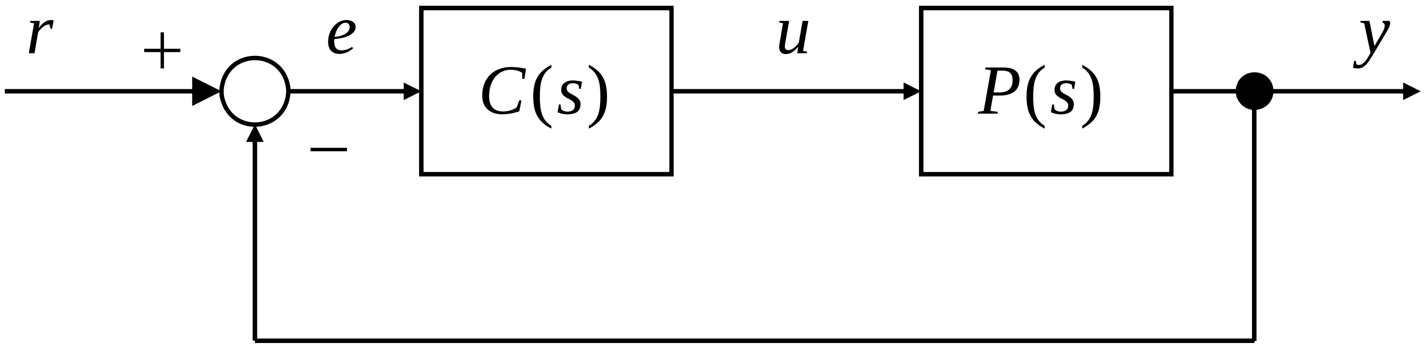
制御工学 最終回スライド

宇都宮大学 工学部 電気電子工学科
平田　光男

12章　古典制御理論による制御系設計

直列補償によるループ整形法

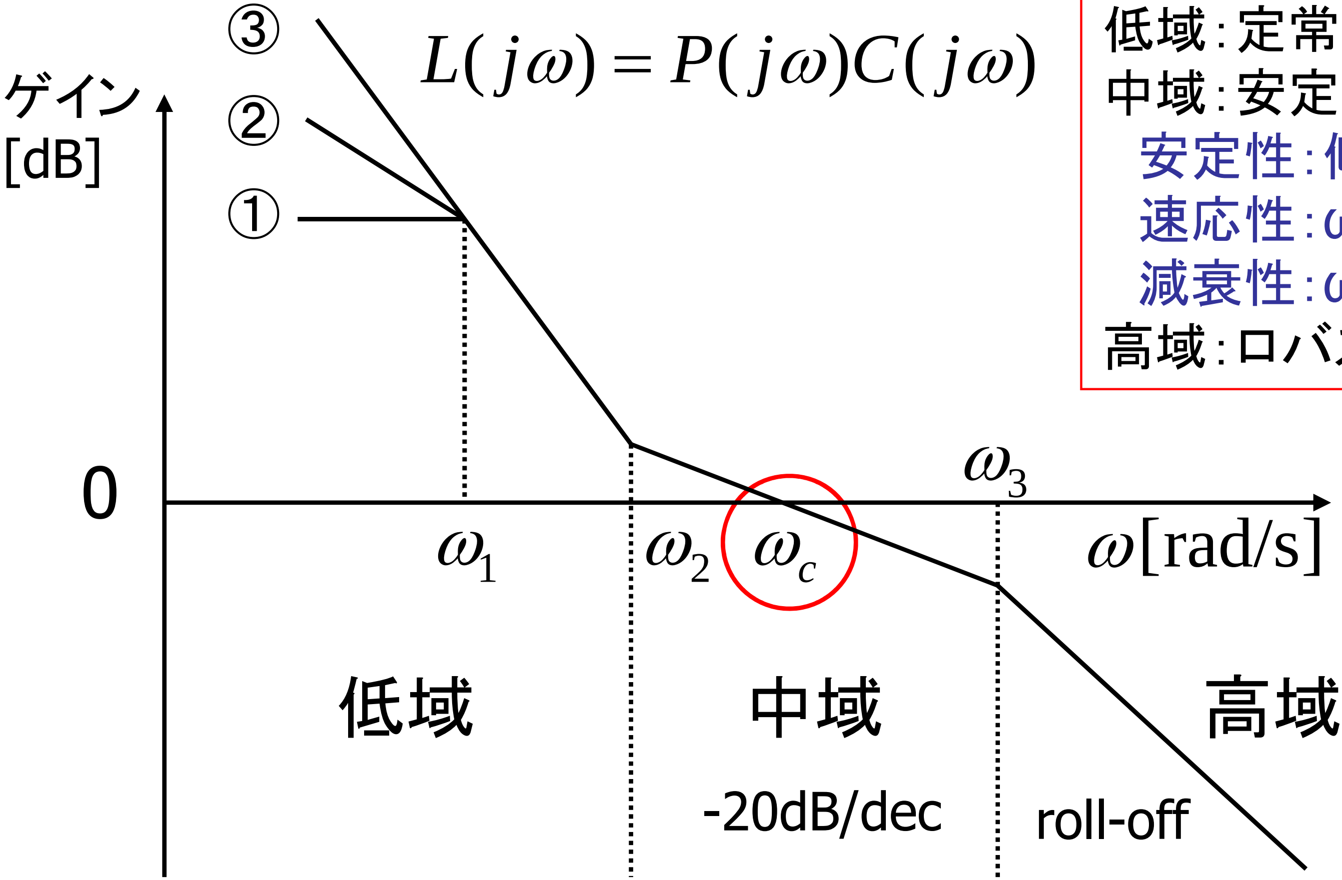


- 試行錯誤なチューニングではなく，開ループ伝達関数の特性が望ましい形になるように補償器$C(s)$を選ぶ
- 主に以下の観点から望ましい形を判断する
  - 低域のゲイン，高域のゲイン
  - 交差周波数（ゼロクロス周波数）
  - 位相余裕，ゲイン余裕

開ループ特性$L=PC$の望ましい形

低域：定常特性
中域：安定性と過渡特性
　安定性：傾きを-20dB/dec
　速応性：ω_cを高める
　減衰性：ω_cでの位相余裕を確保する
高域：ロバスト安定性

$$L(j\omega)=P(j\omega)C(j\omega)$$



① 0dB/dec　:0型の制御系
② -20dB/dec :1型の制御系
③ -40dB/dec :2型の制御系

直列補償法の代表的手法

- ゲイン補償
- 位相遅れ補償
- 位相進み補償
- 位相進み遅れ補償

ゲイン補償

補償器

$$C(s) = K$$

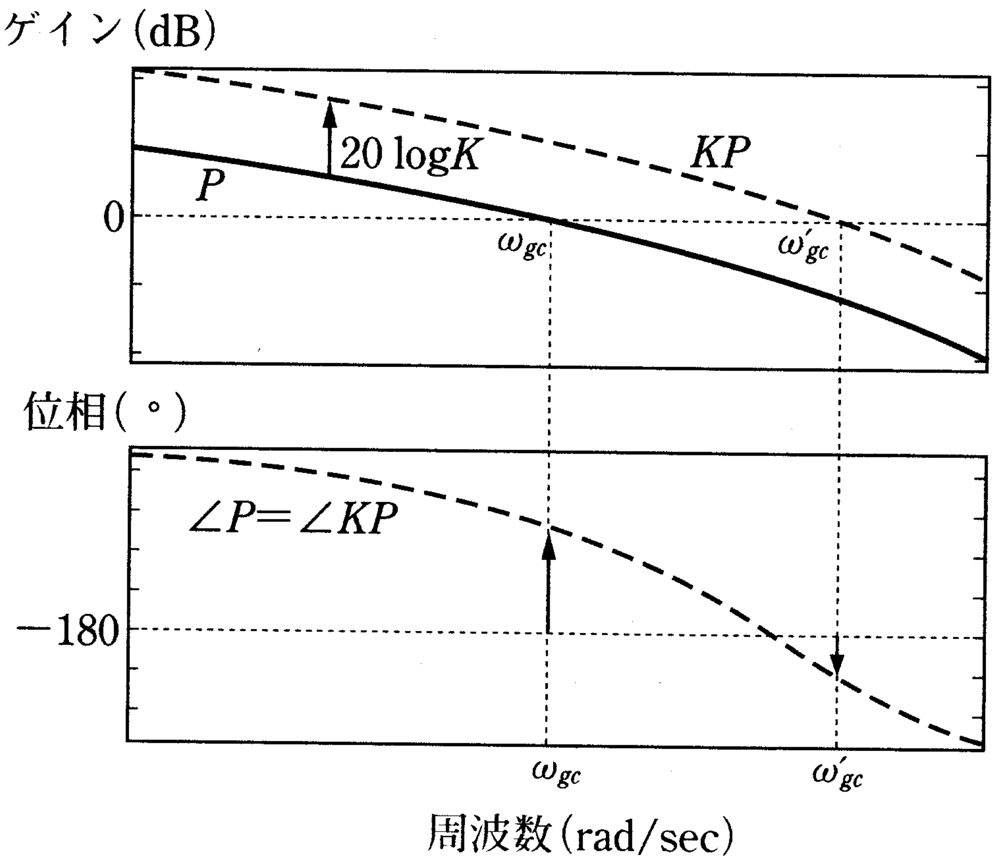


図 12.2　ゲイン補償

位相余裕，ゲイン余裕を見ながら，適切なKを選ぶ

位相遅れ補償

補償器

$$C(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts}, \quad a<1$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\phi_m = \arcsin\frac{a-1}{a+1}$$

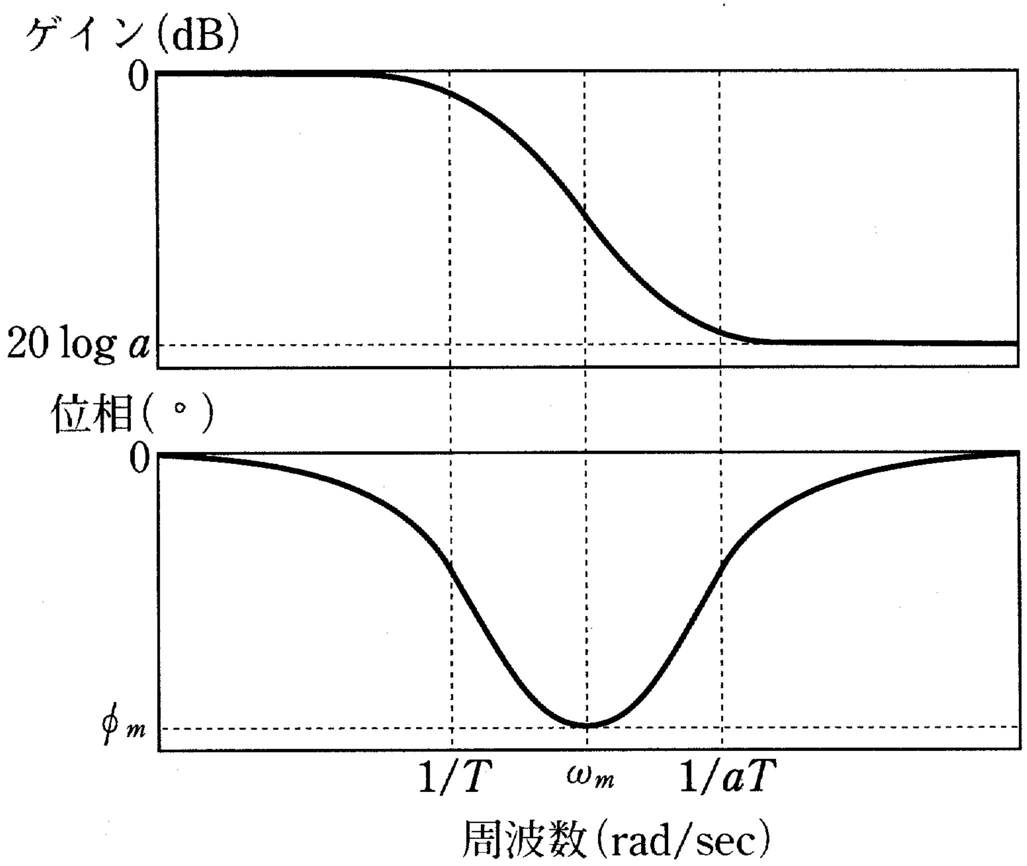


図 **12.3**　位相遅れ補償

低域のゲインを増大させ，定常特性が改善する

位相進み補償

補償器

$$C(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}, \quad a > 1$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\phi_m = \arcsin\frac{a-1}{a+1}$$

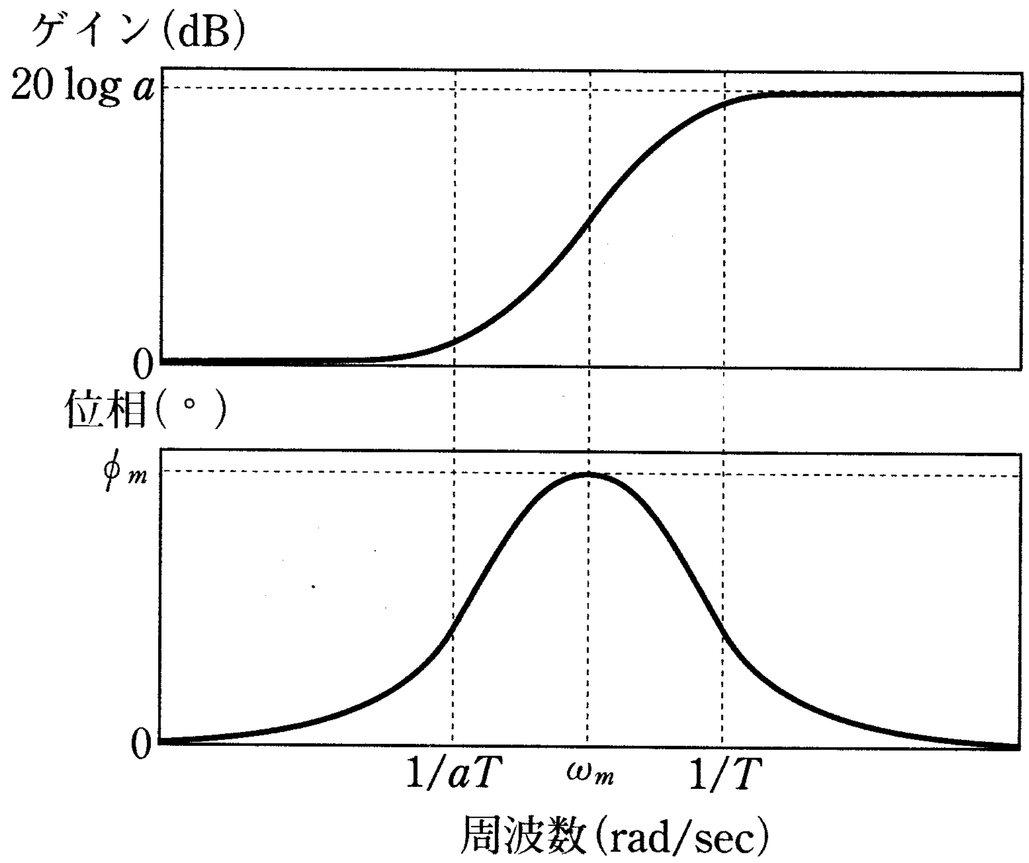


図 **12.4**　位相進み補償

ゲイン補償により低下した位相余裕を改善し速応性が増す

位相進み遅れ補償

位相遅れ補償器

$$C_{lag}(s) = \frac{1 + a_1 T_1 s}{1 + T_1 s}, \quad a_1 < 1$$

位相進み補償器

$$C_{lead}(s) = \frac{1 + a_2 T_2 s}{1 + T_2 s}, \quad a_2 > 1$$

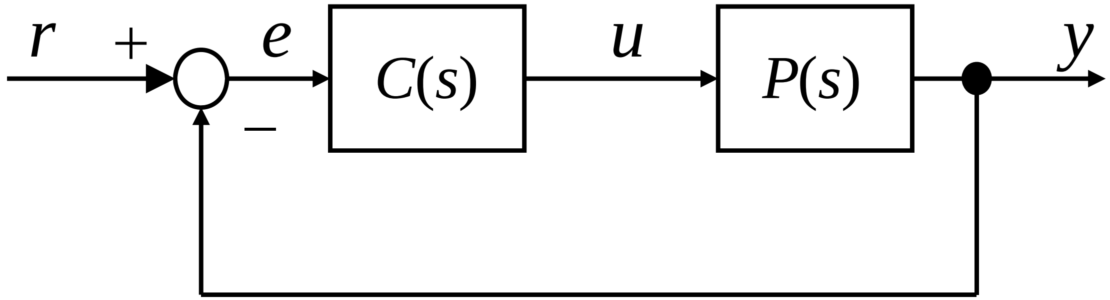
位相進み遅れ補償器

$$C = K \cdot C_{lag} \cdot C_{lead}$$

定常特性の改善＆
過渡特性の改善

PID補償器

PID補償器



$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

k_p　比例ゲイン

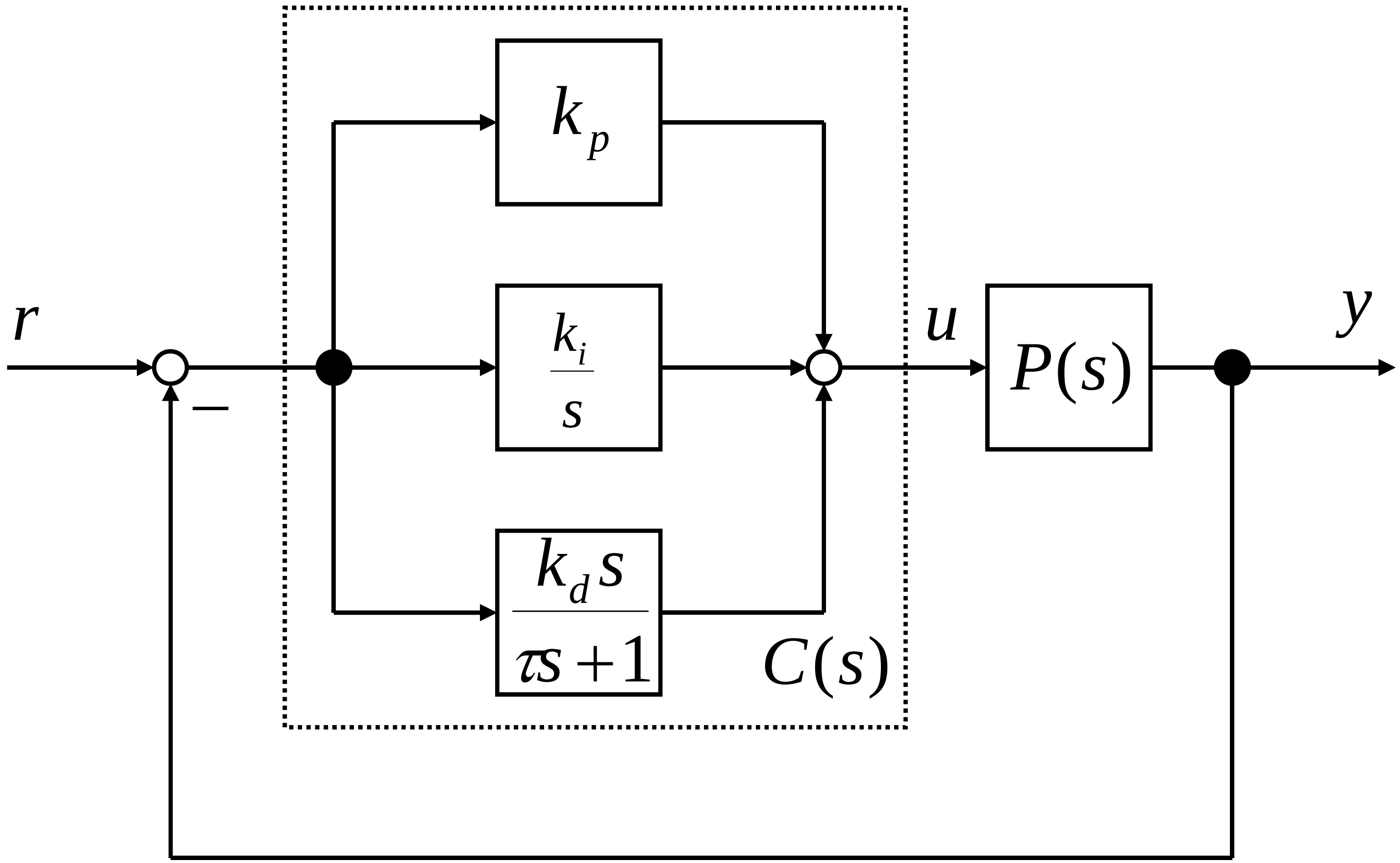
k_i　積分ゲイン

k_d　微分ゲイン

PID補償器（近似微分器による実現）

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \frac{s}{\tau s + 1}$$

PID制御系のブロック線図



P･I･Dの直感的理解

- Ｐ：比例要素
  - 現在の偏差に対する操作
- Ｉ：積分要素
  - 過去～現在の偏差に対する操作
- Ｄ：微分要素
  - 未来（向かう方向）を見越した操作

PID補償器と直列補償

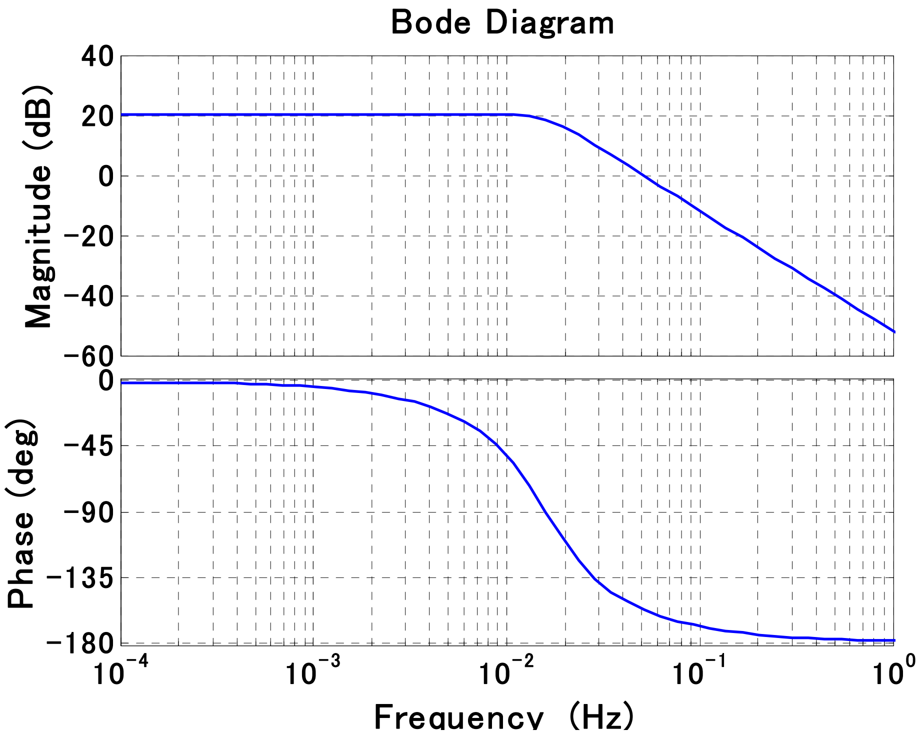
- P補償＝ゲイン補償
- PI補償≒位相遅れ補償
- PD補償≒位相進み補償
- PID補償≒位相進み遅れ補償

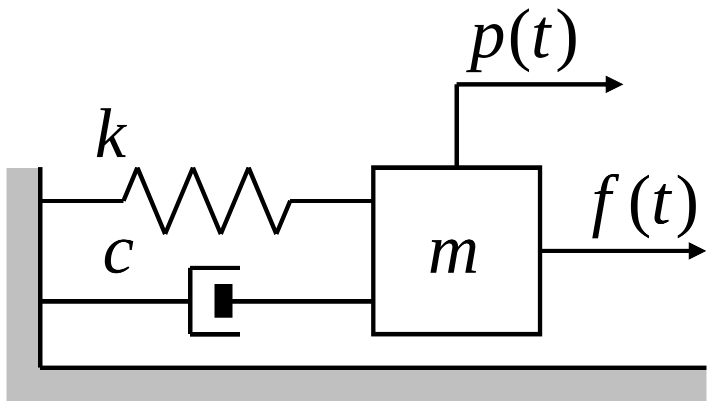
制御対象が二次遅れ系の例

- 制御対象 (二次遅れ系)

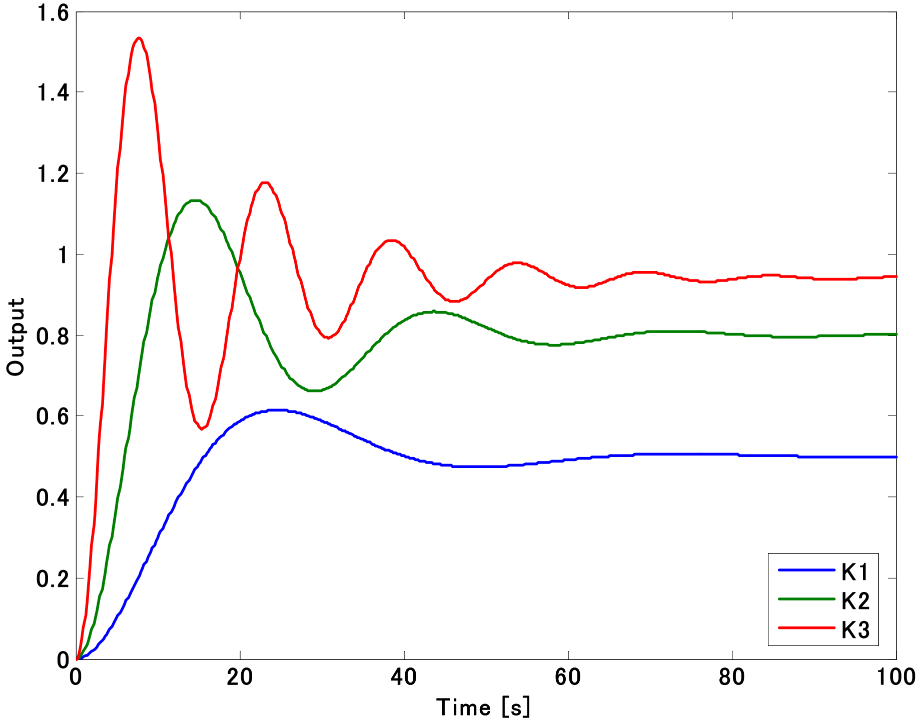
$$P = \frac{10\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad \omega_n = 0.1,\ \zeta = 0.6$$

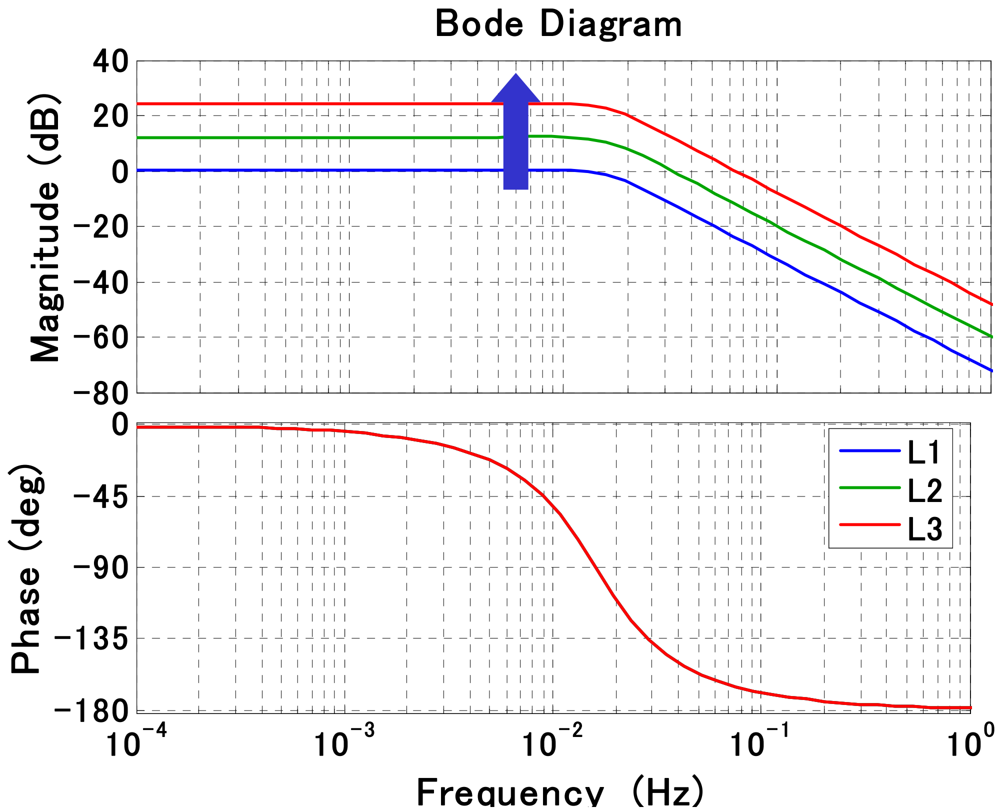
バネ-マス-ダンパ系の伝達関数





比例制御

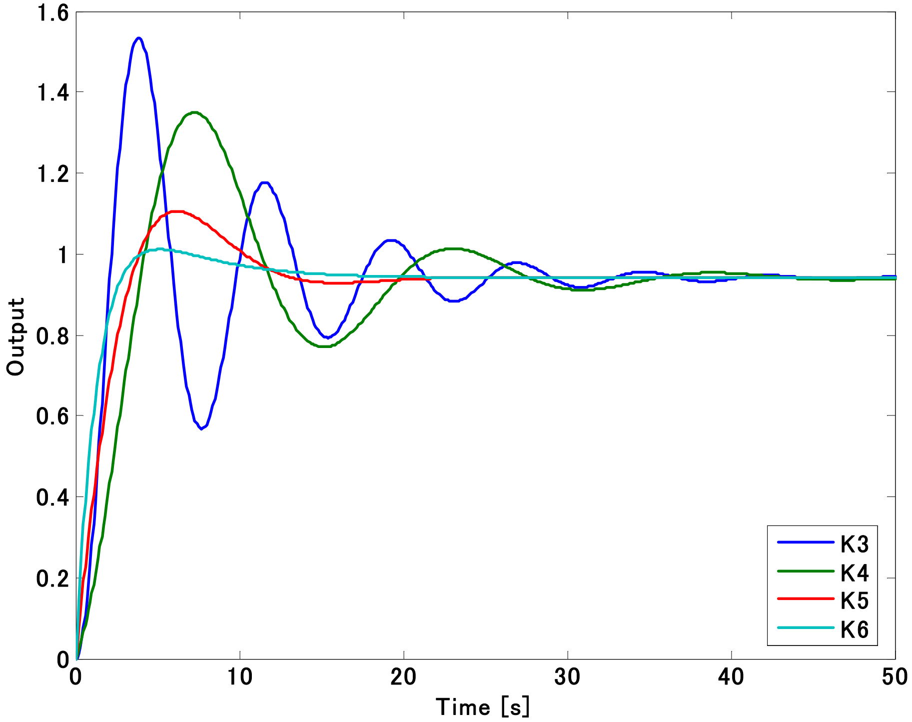


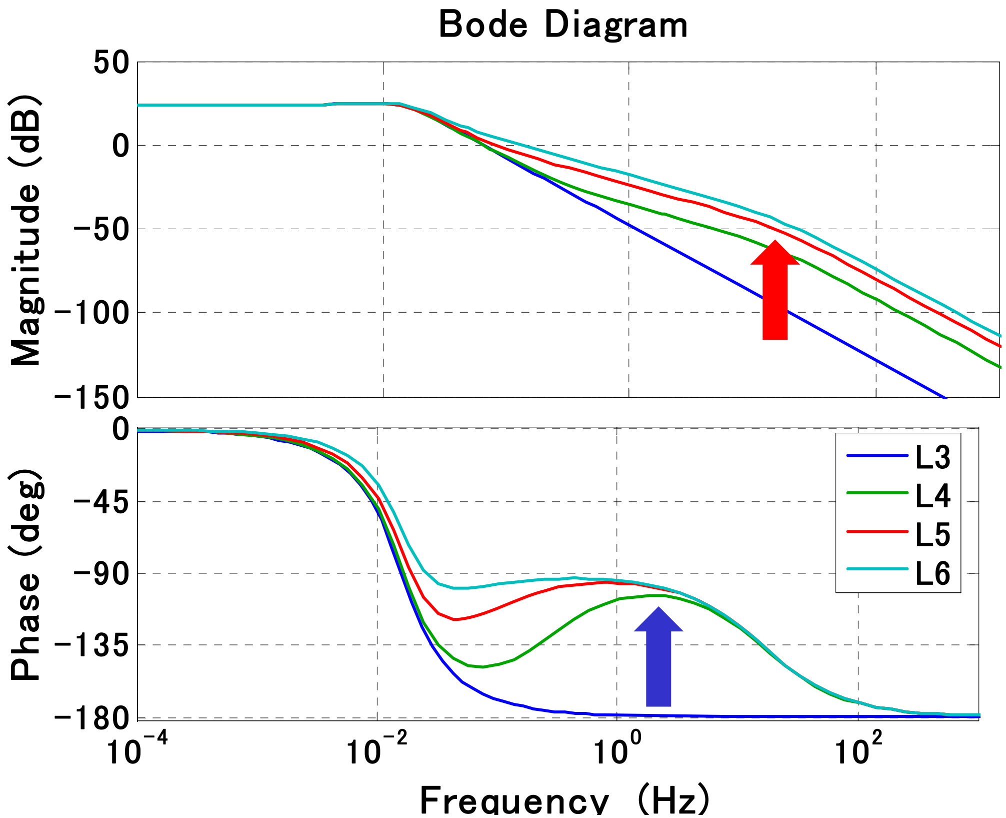


$$
\begin{aligned}
K_1 &= 0.1 \\
K_2 &= 0.4 \\
K_3 &= 1.6
\end{aligned}
$$

開ループ特性$L=PC$

比例＋微分制御

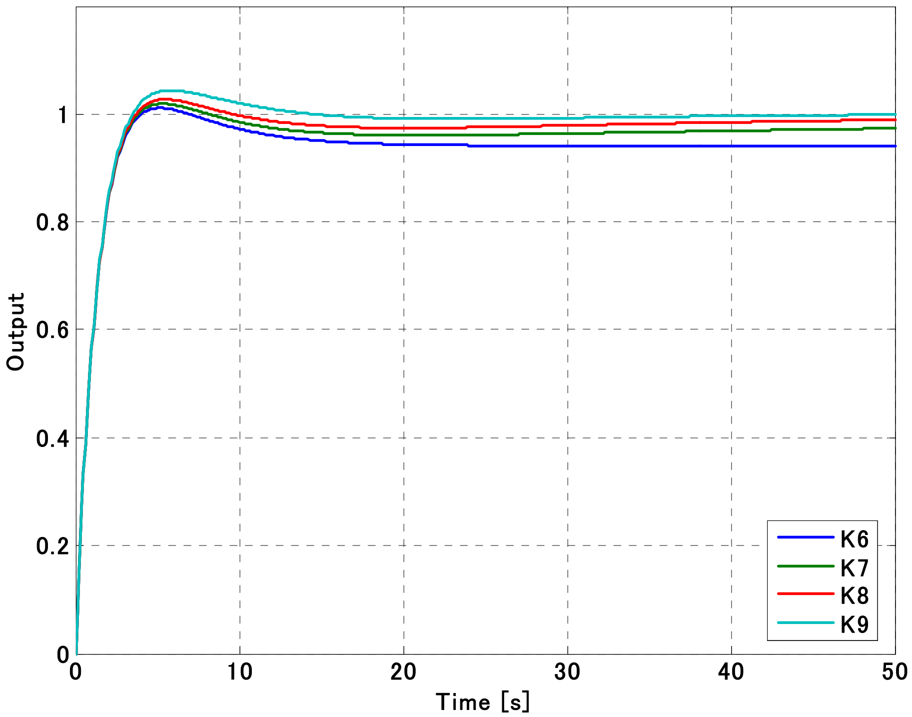


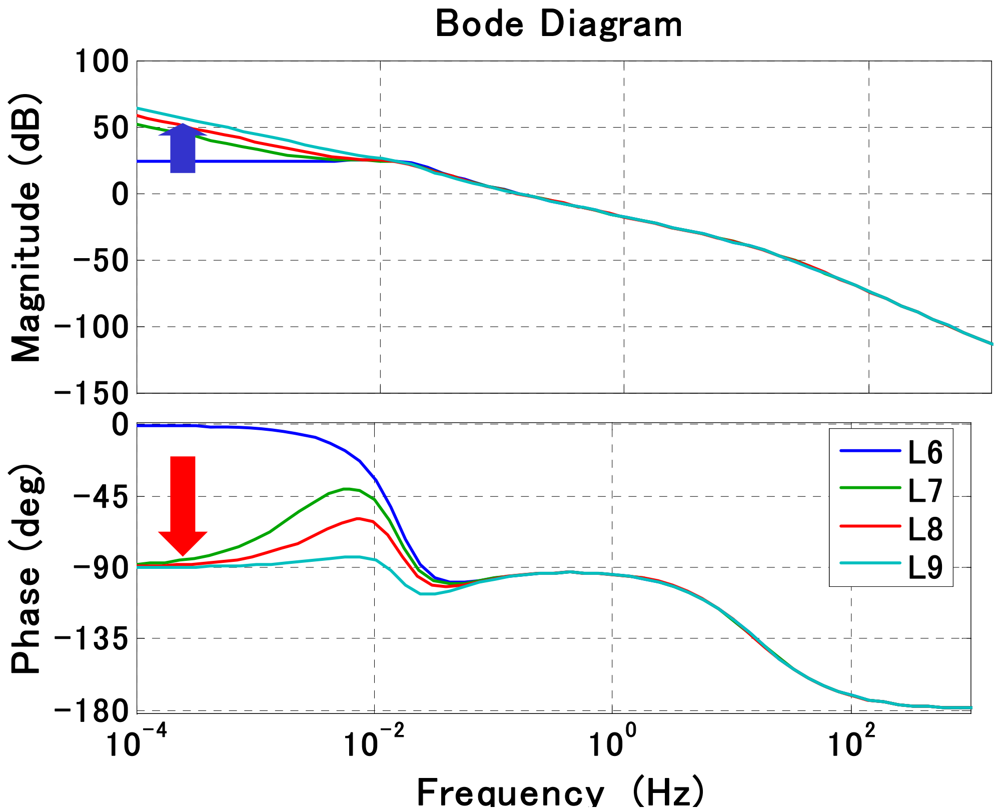


$$
\begin{aligned}
K_4 &= K_3 + 1 \times \frac{s}{0.01s+1} \\
K_5 &= K_3 + 4 \times \frac{s}{0.01s+1} \\
K_6 &= K_3 + 8 \times \frac{s}{0.01s+1}
\end{aligned}
$$

開ループ特性$L=PC$

比例＋微分＋積分制御

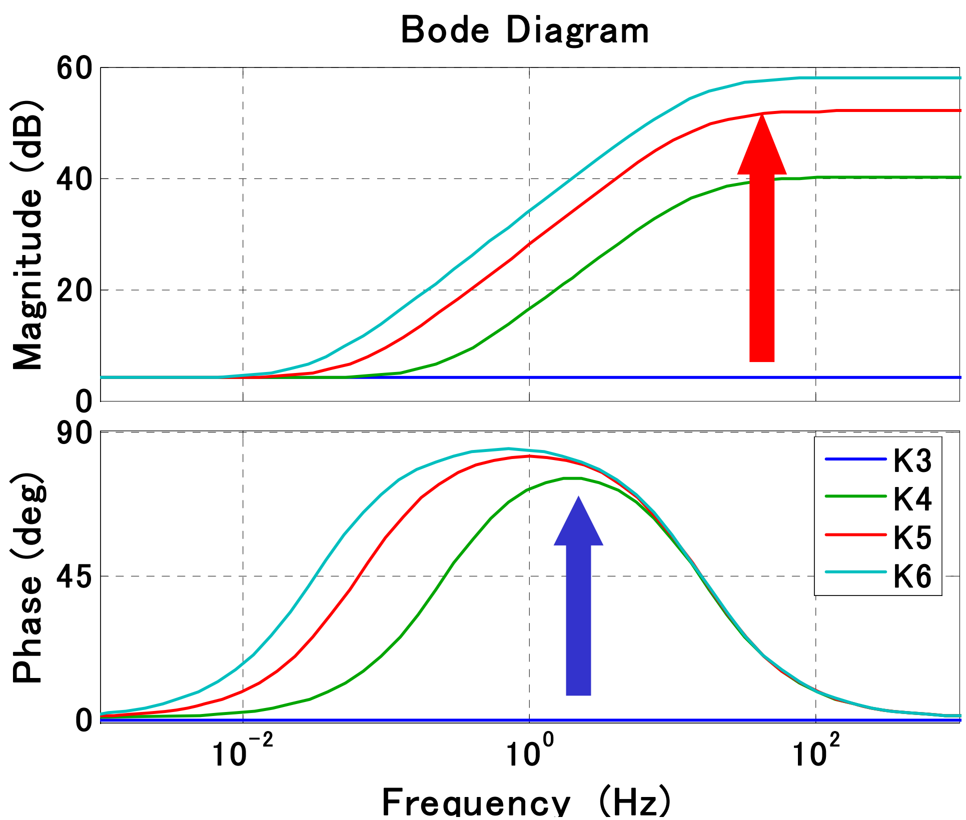




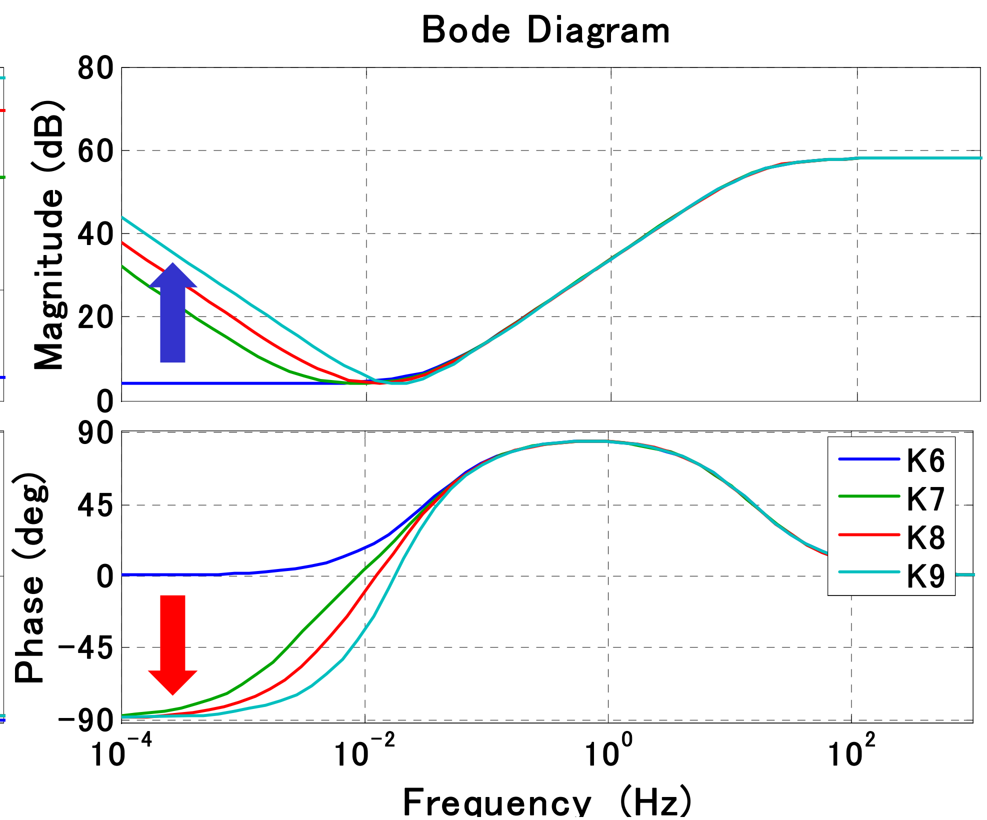
$$K_7 = K_6 + \frac{0.025}{s}$$
$$K_8 = K_6 + \frac{0.05}{s}$$
$$K_9 = K_6 + \frac{0.1}{s}$$

開ループ特性$L=PC$

制御器の比較



PD制御器
（比例＋微分）



PID制御器
（比例＋微分＋積分）

PID制御のまとめ

- 比例ゲインを大きくすると，速応性が増す。ただし，それにともなって，安定度が低下する場合がある。
- 微分ゲインを大きくすると，安定度が増す。ただし，制御器の高周波のゲインが大きくなるので，ノイズなどに弱くなる
- 積分ゲインを大きくすると，定常特性が改善される。ただし，大きくしすぎると，安定性を損なう場合がある。

解析的にPIDゲインを求める手法

制御対象

$$P(s) = \frac{c}{s^2 + as + b}$$

閉ループ伝達関数

$$T = \frac{PK}{1+PK} = \frac{cK_D s^2 + cK_P s + cK_I}{s^3 + (a + cK_D)s^2 + (b + cK_P)s + cK_I}$$

根を μ_1, μ_2, μ_3 に持つ多項式

$$(s-\mu_1)(s-\mu_2)(s-\mu_3) = s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0$$

係数比較から求まる PID ゲイン

$$K_P = \frac{\alpha_1 - b}{c}, \quad K_I = \frac{\alpha_0}{c}, \quad K_D = \frac{\alpha_2 - a}{c}$$

例題

制御対象

$$P = \frac{10\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

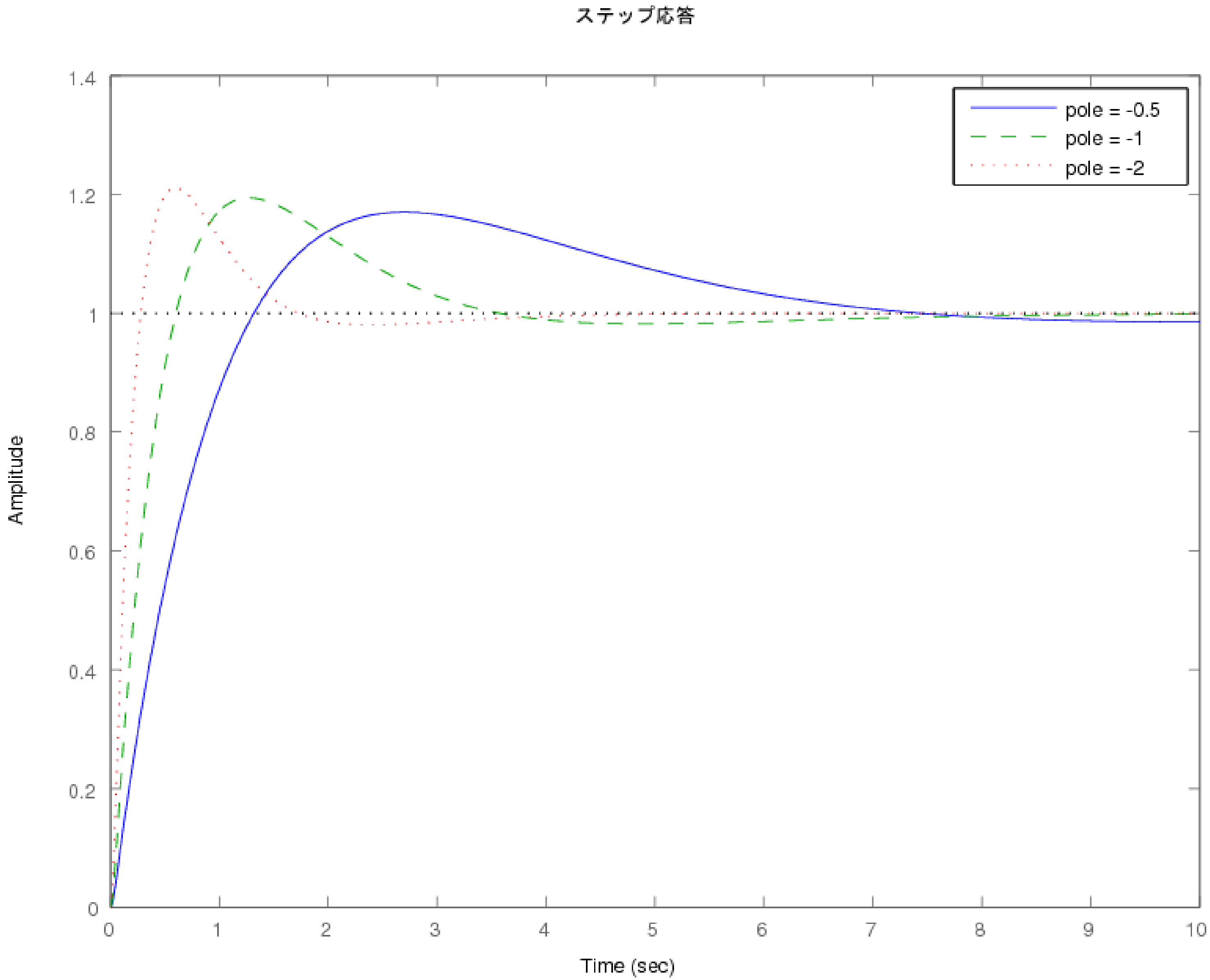
閉ループ極（3 重根）

$$(s-\alpha)^3 = s^3 - 3\alpha s^2 + 3\alpha^2 s - \alpha^3$$

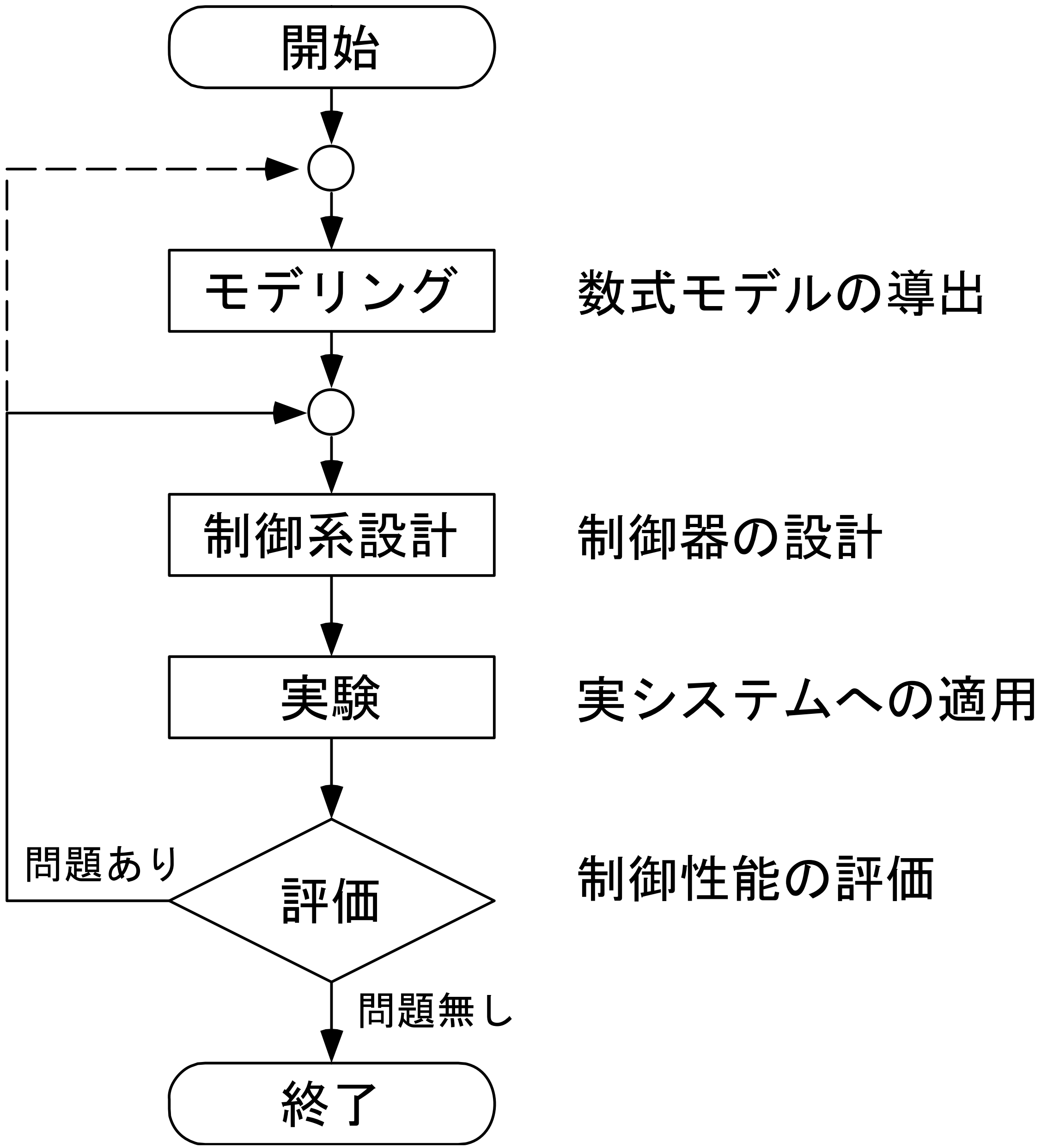
係数比較から求まる PID ゲイン

$$K_P = \frac{3\alpha^2 - \omega_n^2}{10\omega_n^2}, \quad K_I = \frac{-\alpha^3}{10\omega_n^2}, \quad K_D = \frac{-3\alpha - 2\zeta\omega_n}{10\omega_n^2}$$

シミュレーション結果


ステップ応答
pole = -0.5
pole = -1
pole = -2
Amplitude
Time (sec)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

制御系設計の流れ


開始
モデリング
数式モデルの導出
制御系設計
制御器の設計
実験
実システムへの適用
評価
制御性能の評価
問題あり
問題無し
終了

定期試験

試験日：２０１２年２月９日（木）３３１教室
時　間：１４：３０～１６：００（7，8時限）

1. 両隣を空けて座ること。
2. 遅刻は試験開始後30分(15:00)まで認める。
3. 教科書，ノート等の持ち込み不可。また，電卓，計算機能付き時計，コンピュータ，携帯電話(時計としての使用も不可)等も使用できない。
4. 試験を受ける際は学生証を机上の見やすい場所に置くこと。学生証を忘れた場合には工学部の学生係で仮学生証の発行を受けること(通常は所要時間5分程度)。
5. 試験範囲は，講義で解説した内容とする。
6. 受験資格者一覧は月末までに掲示予定
(欠席5回までは受験資格有り)
7. http://hinf.ee.utsunomiya-u.ac.jp/~hirata/