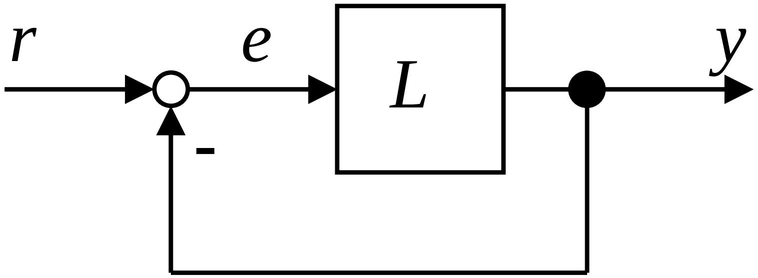
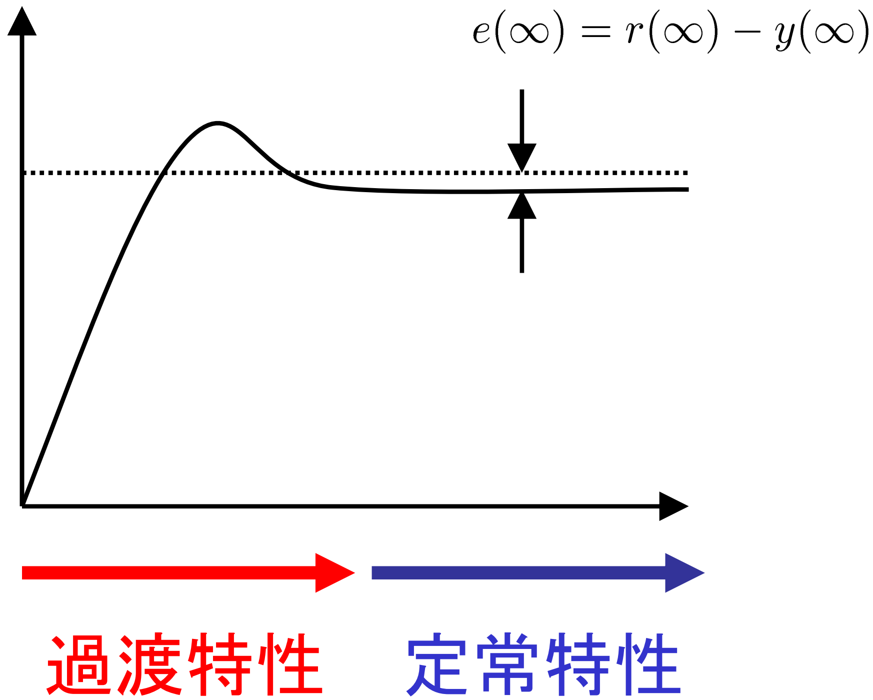
制御工学 最終回スライド

宇都宮大学 工学部 電気電子工学科
平田　光男

定常特性と定常偏差



$$e = r - y$$
$$= \left(1 - \frac{L}{1+L}\right) r$$
$$= \frac{1}{1+L} r$$



定常偏差

$$e(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s\, e(s) \quad \text{（最終値の定理より）}$$
$$= \lim_{s\to 0} s \frac{1}{1+L} r(s)$$

例題

制御対象 $P = 1/(s+2)$ に対して単位ステップ入力を加えた。このとき，次の 2 種類の制御器について，定常偏差を求めよ。

$$K = k, \quad K = \frac{1}{s}$$

- $K = k$ の場合

$$e = \frac{1}{1+L}r = \frac{1}{1+\frac{k}{s+2}} \cdot \frac{1}{s} = \frac{s+2}{s+2+k} \cdot \frac{1}{s} = \frac{s+2}{s(s+2+k)}$$

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{1+L}r = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{s+2}{s(s+2+k)} = \boxed{\frac{2}{2+k}}$$

- $K = \frac{1}{s}$ の場合

$$e = \frac{1}{1+L}r = \frac{1}{1+\frac{1}{s(s+2)}} \cdot \frac{1}{s} = \frac{s(s+2)}{s^2+2s+1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{s+2}{s^2+2s+1}$$

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{1+L}r = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{s+2}{s^2+2s+1} = \boxed{0}$$

準備

開ループ伝達関数 $L = PK$ の原点極をすべて抜き出す

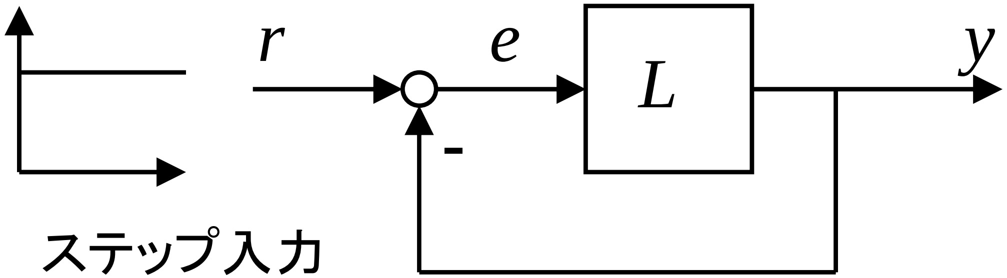
$$L(s) = P(s)K(s) = \frac{1}{s^p}\tilde{L}(s)$$

ここで，$\tilde{L}(0)$ は定数になることに注意しておく。

⇒ p は L に含まれる$\boxed{\text{原点極の数}}$

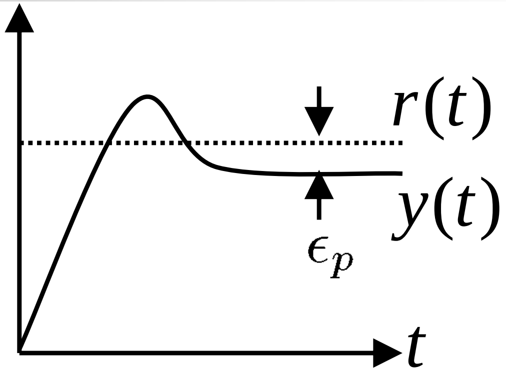
制御系の
「型」
と呼ばれる

定常位置偏差



ステップ入力

$$r(s) = \frac{1}{s}$$



定常位置偏差

ステップ入力に対する定常偏差
➔ 定常位置偏差 ε_p

定常位置偏差

$$\begin{aligned}\epsilon_p &= e(\infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{1+L(s)} r = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{s^p}\tilde{L}(s)} \cdot \frac{1}{s} \\ &= \boxed{\lim_{s \to 0} \frac{s^p}{s^p + \tilde{L}(s)}}\end{aligned}$$

型数と定常位置偏差

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s^p}{s^p + \tilde{L}(s)}$$

- p=**0** の場合（**0** 型）

$$\epsilon_p = e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s^0}{s^0 + \tilde{L}(s)} = \frac{1}{1+\tilde{L}(0)} \neq 0$$

- p=**1** の場合（**1** 型）

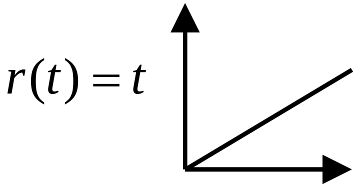
$$\epsilon_p = e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s^1}{s^1 + \tilde{L}(0)} = \lim_{s\to 0} \frac{s}{s + \tilde{L}(s)} = 0$$

- p=**2** の場合（**2** 型）

$$\epsilon_p = e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s^2}{s^2 + \tilde{L}(s)} = 0$$

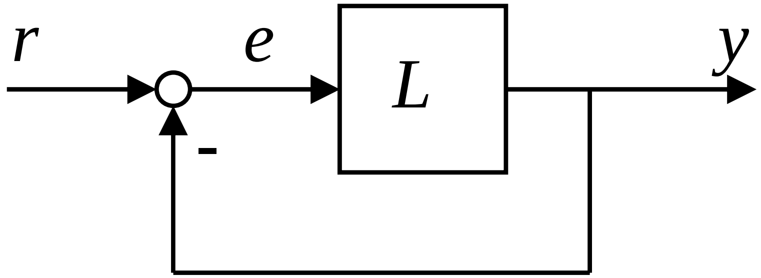
Lに積分器が1個以上含まれると定常位置偏差は0になる

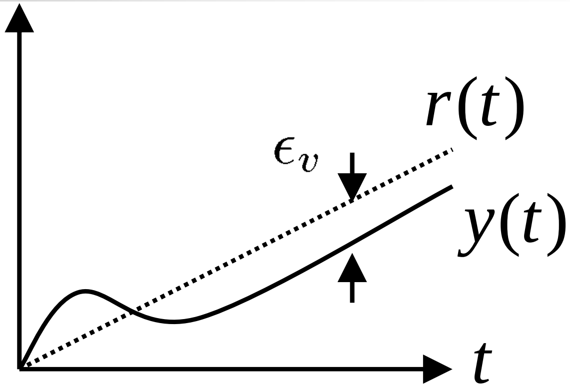
定常速度偏差



ランプ入力

$$r(s) = \frac{1}{s^2}$$





定常速度偏差

ランプ入力に対する定常偏差
➔ 定常速度偏差 ε_v

定常速度偏差

$$\begin{aligned}\epsilon_v &= e(\infty) = \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{1}{1+L(s)}r = \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{s^p}\tilde{L}(s)}\cdot\frac{1}{s^2}\\ &= \boxed{\lim_{s\to 0}\frac{s^{p-1}}{s^p+\tilde{L}(s)}}\end{aligned}$$

型数と定常速度偏差

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s^{p-1}}{s^p + \tilde{L}(s)}$$

- p=**0 の場合（0 型）**

$$\epsilon_v = e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s^{-1}}{s^0 + \tilde{L}(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s(1 + \tilde{L}(s))} = \infty$$

- p=**1 の場合（1 型）**

$$\epsilon_v = e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s^0}{s^1 + \tilde{L}(0)} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s + \tilde{L}(s)} = \frac{1}{\tilde{L}(0)} \neq 0$$

- p=**2 の場合（2 型）**

$$\epsilon_v = e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s^1}{s^2 + \tilde{L}(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{s}{s^2 + \tilde{L}(s)} = 0$$

Lに積分器が2個以上含まれると定常速度偏差は0になる

内部モデル原理

- $r(s) = \dfrac{1}{s}$ の場合

$$L(s) = \frac{1}{s}\tilde{L} \quad \Rightarrow \quad \epsilon_p = 0$$

- $r(s) = \dfrac{1}{s^2}$ の場合

$$L(s) = \frac{1}{s^2}\tilde{L} \quad \Rightarrow \quad \epsilon_v = 0$$

Lに目標値のモデル($1/s$, $1/s^2$)を含ませることで
定常偏差を0にできる

⇒ 内部モデル原理

正弦波目標値

$$r = \sin \omega t$$

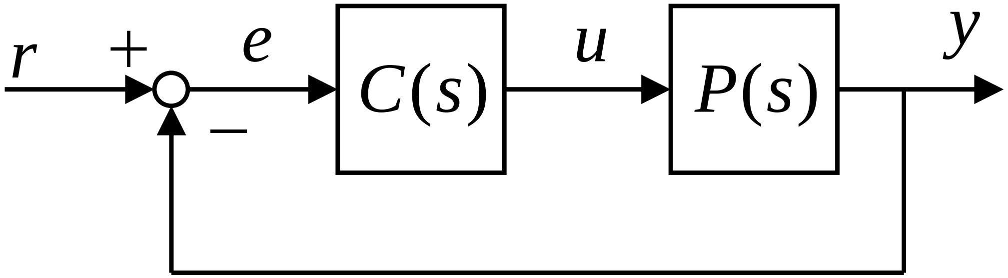
に定常偏差なく追従するサーボ系を構成するためには，$L(s)$ に

$$\frac{1}{s^2 + \omega^2}$$

を含めればよい。

11章　制御系設計仕様

制御系設計の基本的な考え方



開ループ伝達関数

$$L(s) = P(s)C(s)$$

目標値応答特性

$$y = \frac{L}{1+L}r = Wr$$

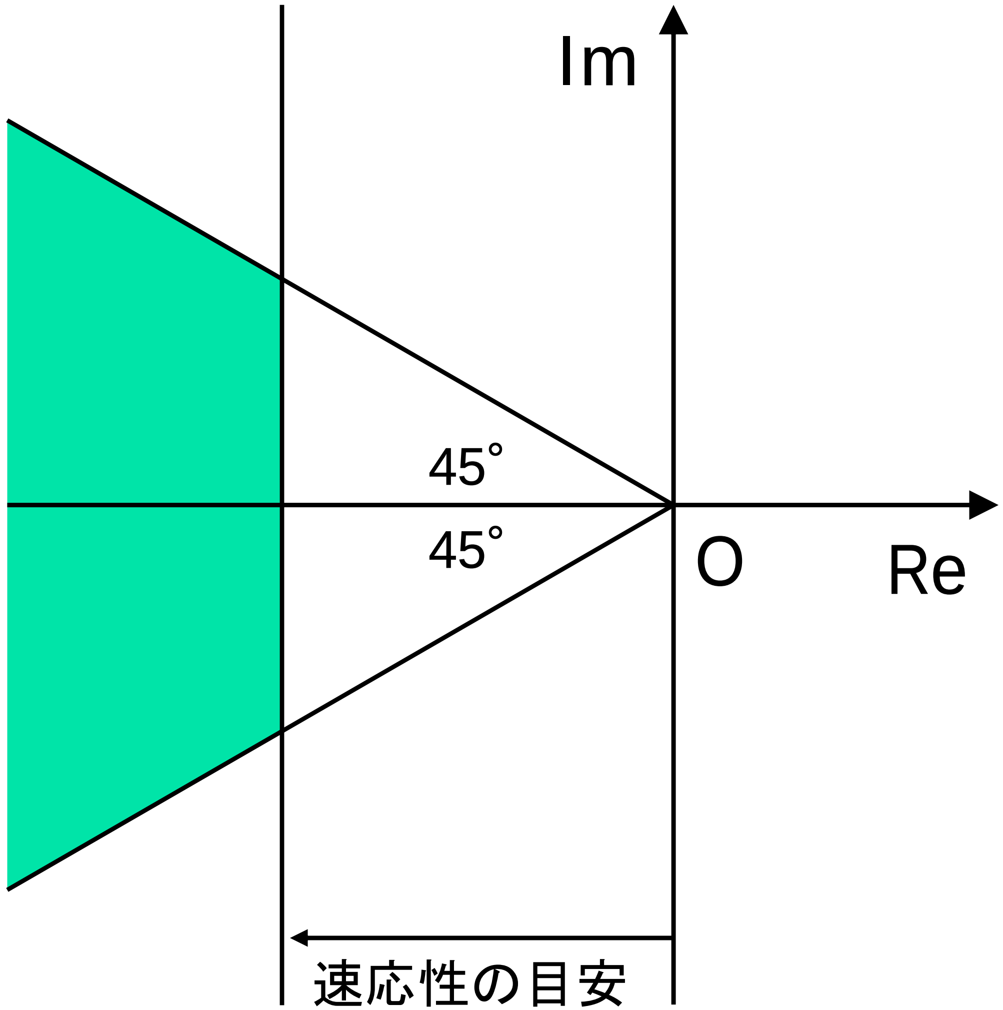
Wが望ましい特性を持つように，L=PCを設計する

特性方程式

$$1 + L(s) = 0$$

特性方程式の根（特性根）の配置が重要！

よく用いられる望ましい極配置領域



12章　古典制御理論による制御系設計

直列補償

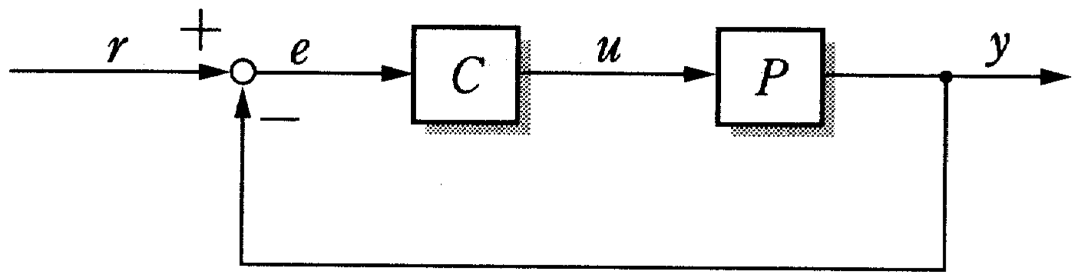


図 12.1　直列補償

制御系が望ましい特性になるよう制御対象Pの特性を補償器Cによって補償する

直列補償として良く用いられる手法

PID補償器

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

k_p　比例ゲイン

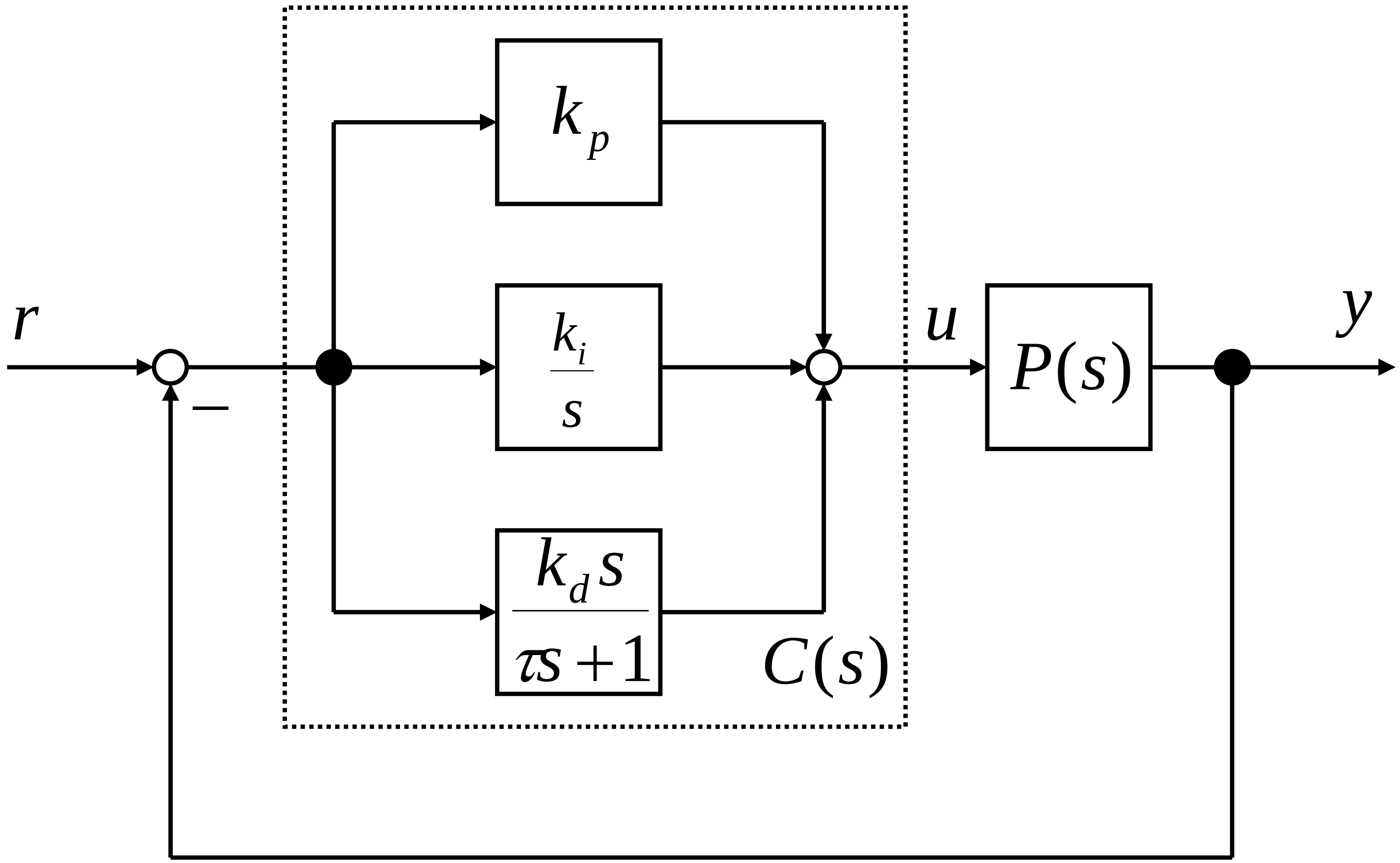
k_i　積分ゲイン

k_d　微分ゲイン

PID補償器（近似微分器による実現）

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \frac{s}{\tau s + 1}$$

PID制御系のブロック線図

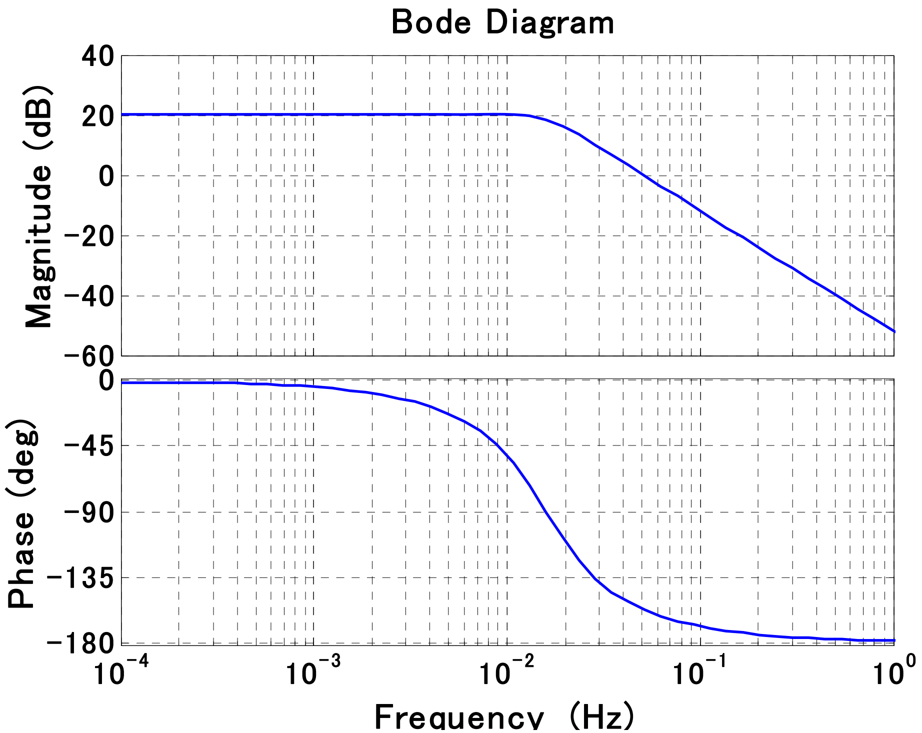


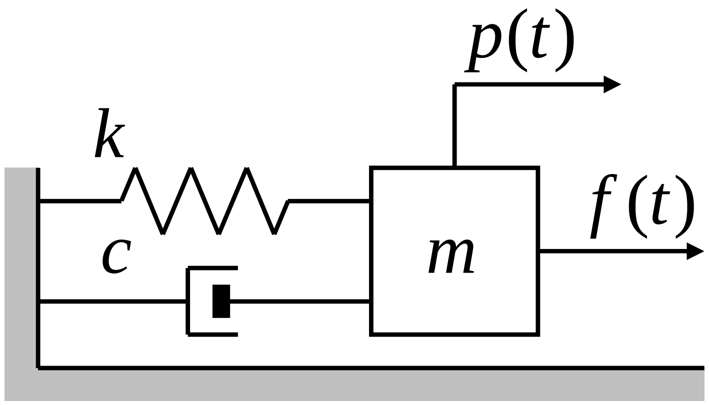
制御対象が二次遅れ系の場合の例

- 制御対象 (二次遅れ系)

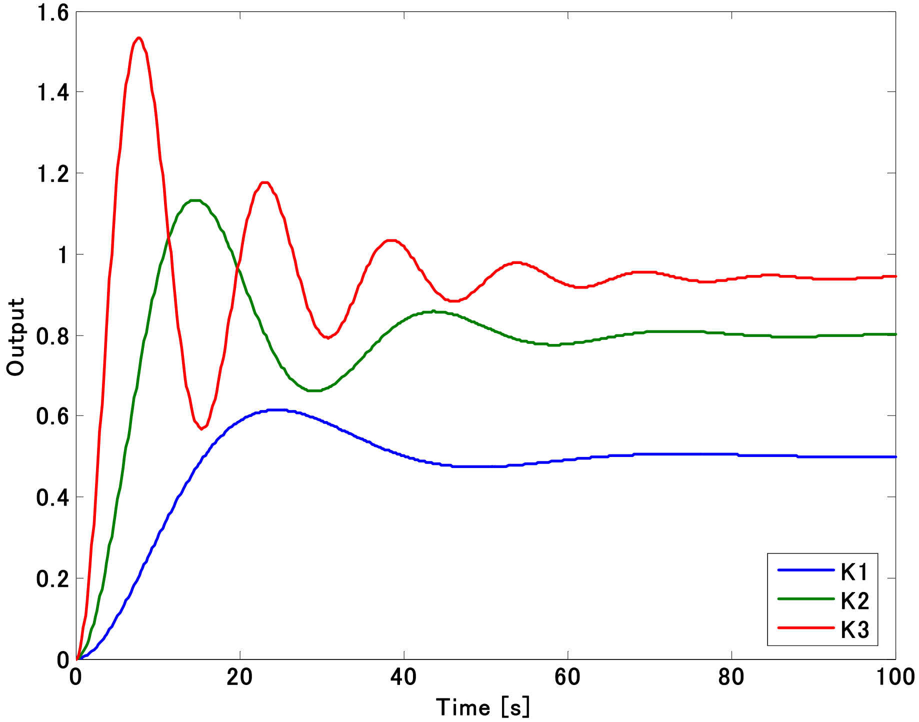
$$P = \frac{10\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad \omega_n = 0.1,\ \zeta = 0.6$$

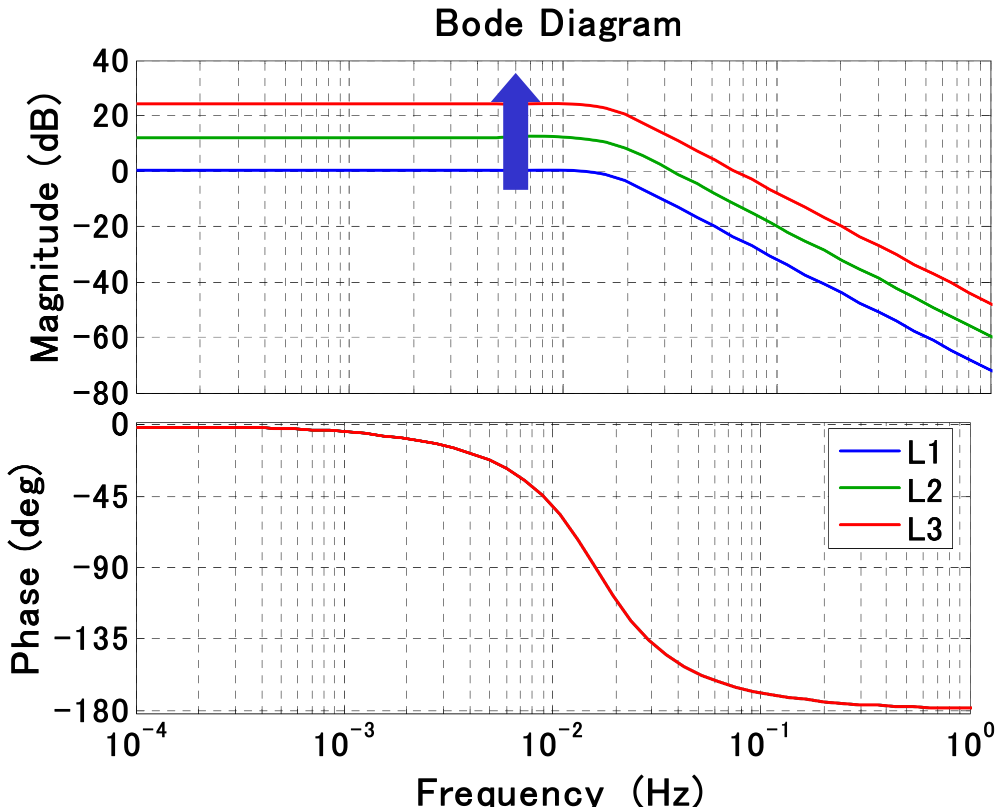
バネ-マス-ダンパ系の伝達関数





比例制御

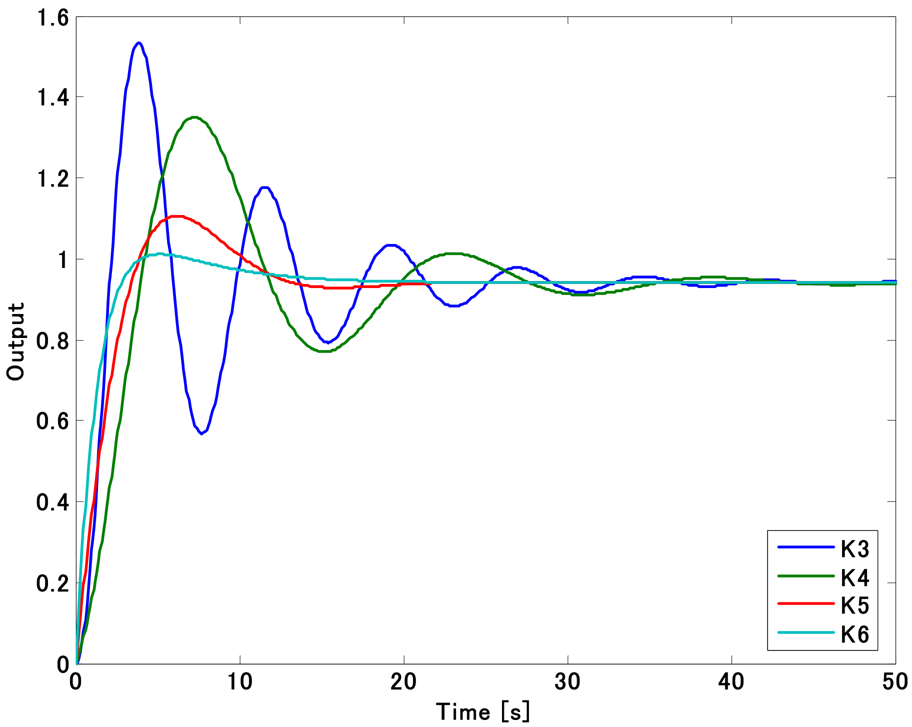


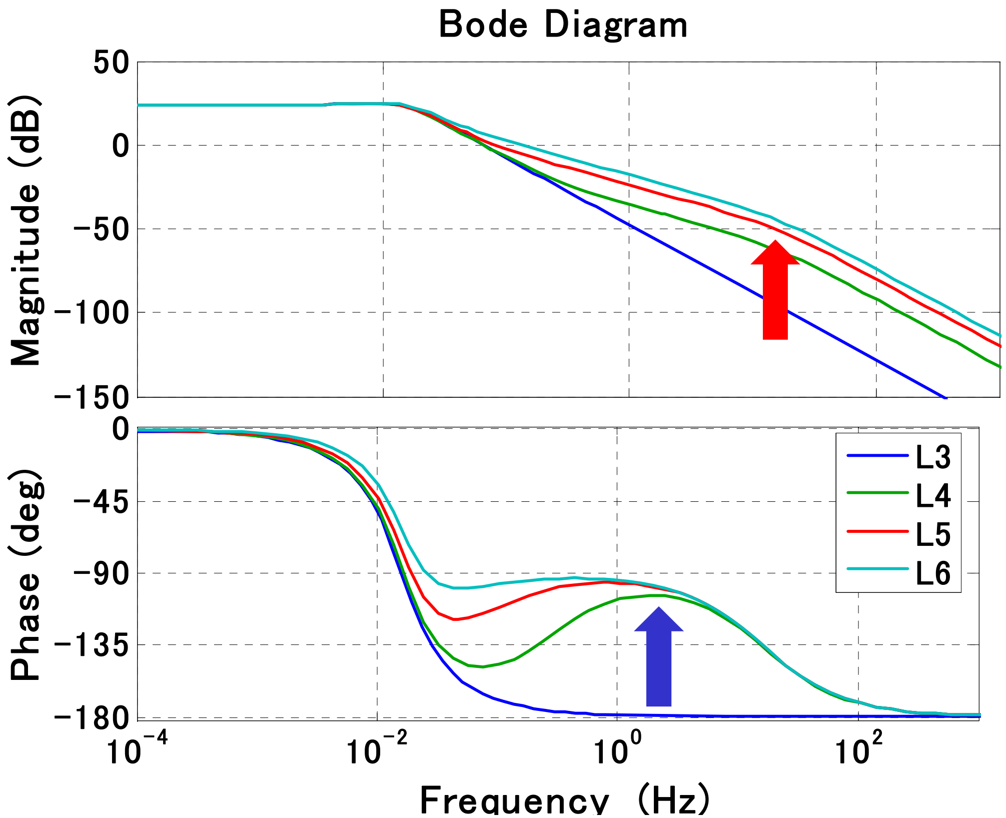


$$
\begin{aligned}
K_1 &= 0.1 \\
K_2 &= 0.4 \\
K_3 &= 1.6
\end{aligned}
$$

開ループ特性

比例＋微分制御

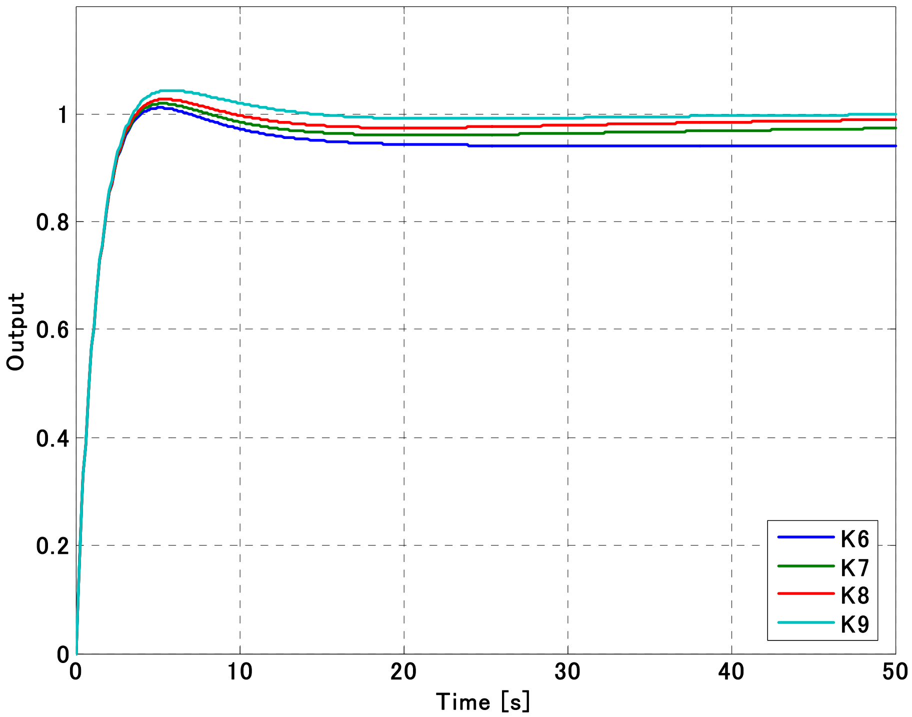


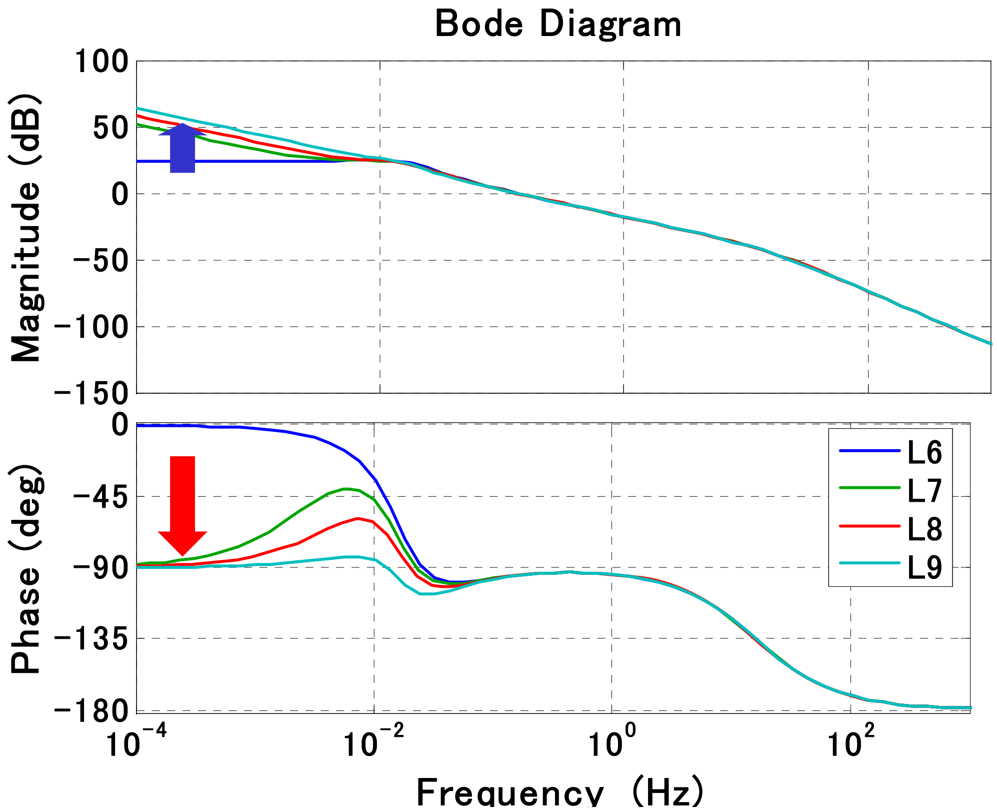


開ループ特性

$$
\begin{aligned}
K_4 &= K_3 + 1 \times \frac{s}{0.01\tau + 1} \\
K_5 &= K_3 + 4 \times \frac{s}{0.01\tau + 1} \\
K_6 &= K_3 + 8 \times \frac{s}{0.01\tau + 1}
\end{aligned}
$$

比例＋微分＋積分制御

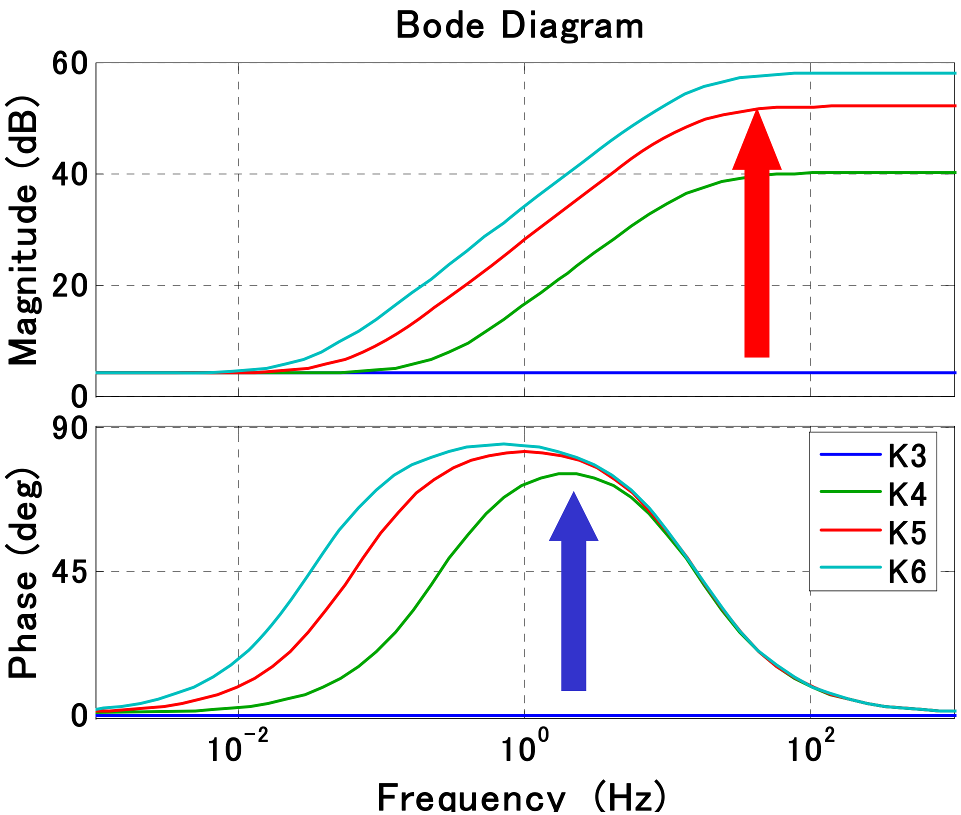


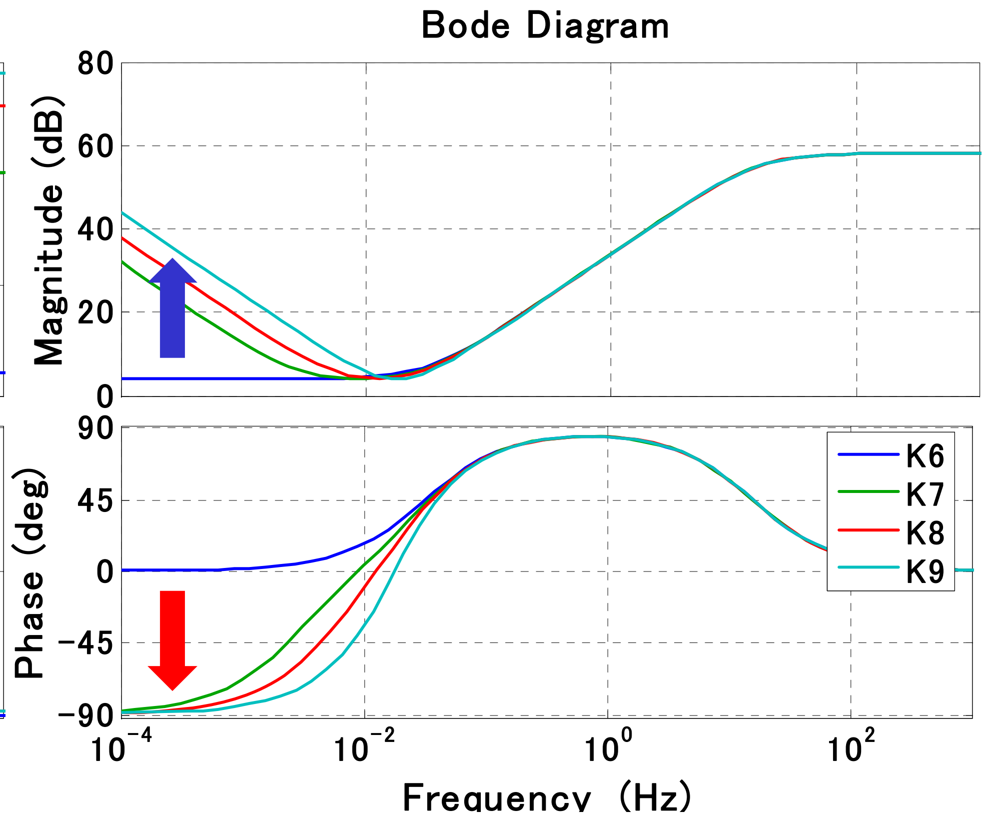


$$K_7 = K_6 + \frac{0.025}{s}$$
$$K_8 = K_6 + \frac{0.05}{s}$$
$$K_9 = K_6 + \frac{0.1}{s}$$

開ループ特性

制御器の比較





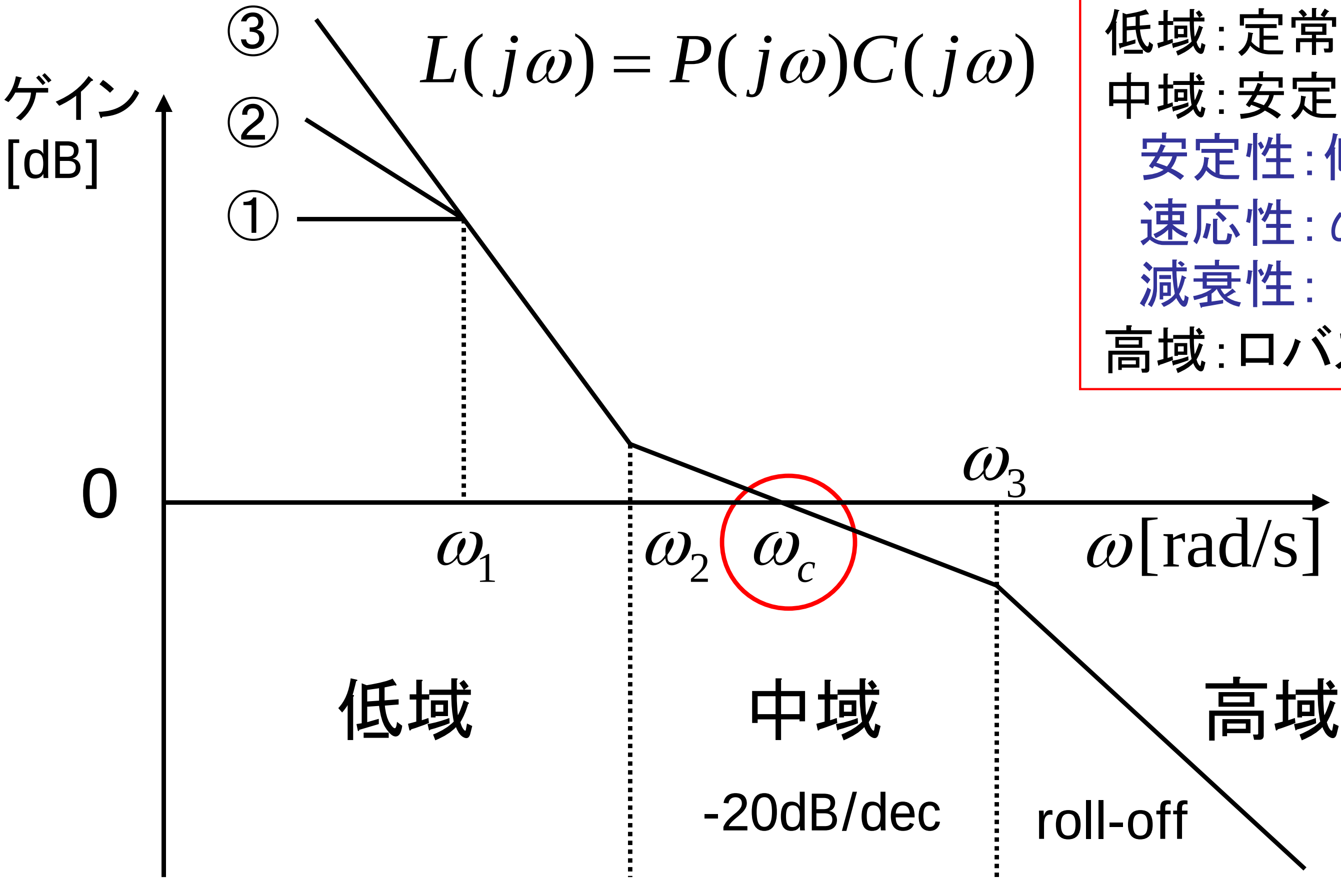
PD制御器
（比例＋微分）

PID制御器
（比例＋微分＋積分）

PID制御のまとめ

- 比例ゲインを大きくすると，速応性が増す。ただし，それにともなって，安定度が低下する場合がある。
- 微分ゲインを大きくすると，安定度が増す。ただし，制御器の高周波のゲインが大きくなるので，ノイズなどに弱くなる
- 積分ゲインを大きくすると，定常特性が改善される。ただし，大きくしすぎると，安定性を損なう場合がある。

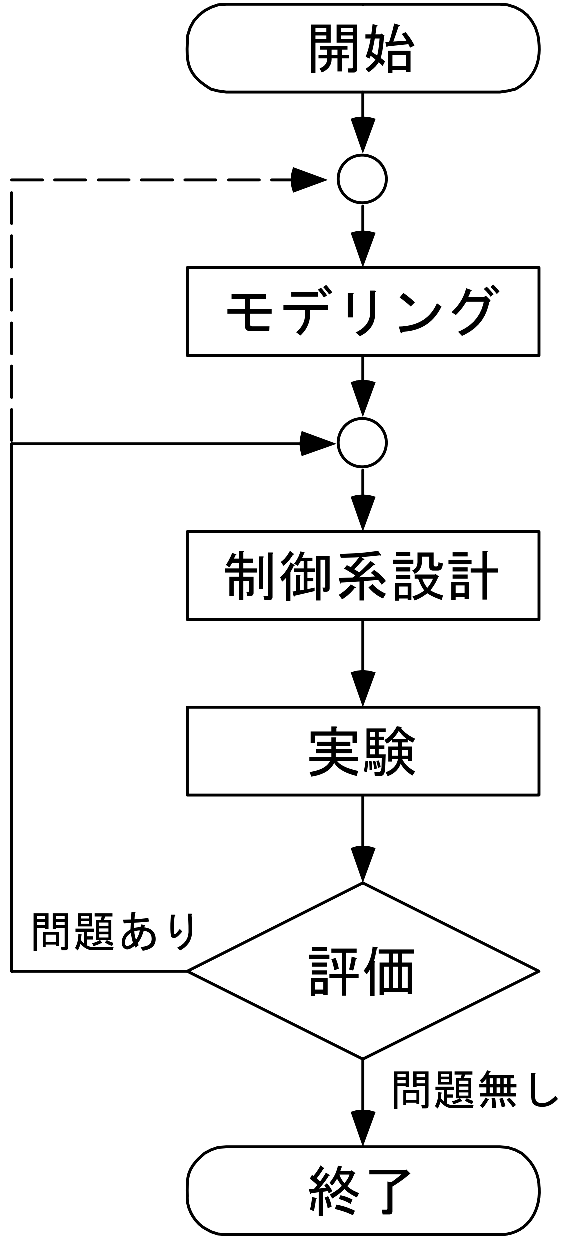
開ループ特性$L=PC$の望ましい形



低域：定常特性
中域：安定性と過渡特性
安定性：傾きを-20dB/dec
速応性：ω_cを高める
減衰性：ω_cでの位相余裕を確保する
高域：ロバスト安定性

① 0dB/dec :0型の制御系
② -20dB/dec :1型の制御系
③ -40dB/dec :2型の制御系

制御系設計の流れ



数式モデルの導出

制御器の設計

実システムへの適用

制御性能の評価

定期試験

試験日：２００９年２月５日（木）２２１教室
時　間：１４：３０～１６：００（7，8時限）

1. 両隣を空けて座ること。
2. 遅刻は試験開始後30分(15:00)まで認める。
3. 教科書，ノート等の持ち込み不可。また，電卓，計算機能付き時計，コンピュータ，携帯電話(時計としての使用も不可)等も使用できない。
4. 試験を受ける際は学生証を机上の見やすい場所に置くこと。学生証を忘れた場合には工学部の学生係で仮学生証の発行を受けること(通常は所要時間5分程度)。
5. 試験範囲は，講義で解説した内容とする。
6. 受験資格者一覧は月末までに掲示予定
（今回を含め9回以上出席した者が有資格者）
7. http://hinf.ee.utsunomiya-u.ac.jp/~hirata/