

No.9 略解

問 1

(1) s 回路は図 1 となる。

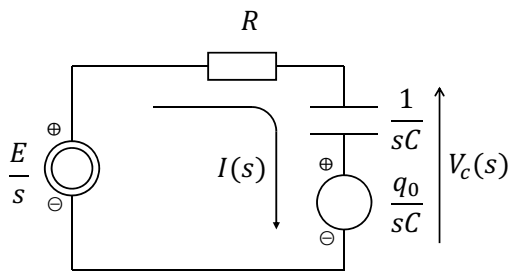


図 1: s 回路

(2) s 回路から直ちに次式が求まる。

$$\frac{E}{s} = RI(s) + \frac{1}{sC}I(s) + \frac{q_0}{sC}$$

これを $I(s)$ について解いて

$$I(s) = \frac{\frac{E}{R} - \frac{q_0}{RC}}{s + 1/RC}$$

$V_c(s)$ については

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{1}{sC}I(s) + \frac{q_0}{sC} \\ &= \frac{\frac{E}{RC} - \frac{q_0}{RC^2}}{s(s + 1/RC)} + \frac{q_0}{sC} \end{aligned}$$

(3) $I(s)$ を逆ラプラス変換すると

$$i(t) = \left(\frac{E}{R} - \frac{q_0}{RC} \right) e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$V_c(s)$ を逆ラプラス変換すると

$$\begin{aligned} v_c(t) &= \left(E - \frac{q_0}{C} \right) \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right) + \frac{q_0}{C} \\ &= E - \left(E - \frac{q_0}{C} \right) e^{-\frac{1}{RC}t} \end{aligned}$$

問 2

(1) s 回路は図 2 となる。

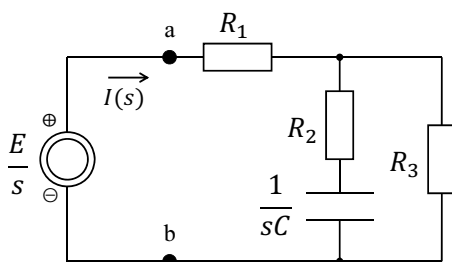


図 2: s 回路

なお、 C の初期電荷は 0 なので、初期電荷による電圧源は省略して良い。

(2) $Z(s)$ は R_2 と C の直列接続と R_3 との並列接続に R_1 がさらに直列に接続された場合のインピーダンスなので、次式となる。

$$\begin{aligned} Z(s) &= R_1 + \frac{\left(R_2 + \frac{1}{sC} \right) R_3}{\left(R_2 + \frac{1}{sC} \right) + R_3} \\ &= \frac{RCs + R_1 + R_3}{(R_2 + R_3)Cs + 1} \end{aligned}$$

ただし、 R は次式で定義した。

$$R = R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3$$

(3)

$$\begin{aligned} I(s) &= \frac{E/s}{Z(s)} \\ &= \frac{(R_2 + R_3)Cs + 1}{s(RCs + R_1 + R_3)} E \end{aligned}$$

これを逆ラプラス変換して

$$i(t) = \frac{E}{R_1 + R_3} \left(1 + \frac{R_3^2}{R} e^{-\frac{R_1 + R_3}{RC}t} \right)$$

ただし、 R は次式で定義した。

$$R = R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3$$