制御工学 試験問題 (2012.2.9) 略解

出題 平田 光男

問 1. (各 5 点)

(1) 周波数伝達関数　(2) バイプロパ　(3) 振動　(4) PID

問 2. (各 10 点)

(1) $$G(s) = \frac{1}{10}\left(\frac{10s+1}{s+1}\right)^2 \quad \text{極：}-1,\ \text{零点：}-0.1$$

(2) $$y_{step}(t) = \frac{3}{5}(1 - e^{-\frac{5}{2}t}), \quad \text{時定数：}2/5$$

問 3. ((1), (2) は各 5 点, (3), (4) は各 10 点)

(1) $$G_{yr} = \frac{k}{s^3 + 2s^2 + 4s + k}$$

(2) $$G_{ye} = \frac{s^3 + 2s^2 + 4s}{s^3 + 2s^2 + 4s + k}$$

(3) $$\varepsilon_p = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot G_{ye} \cdot \frac{1}{s} = G_{ye}(0) = 0$$

(4) 特性方程式は $s^3 + 2s^2 + 4s + k = 0$ なので，$k > 0$。さらに，ラウス数列は

$$\{1, 2, \frac{8-k}{2}, k\}$$

となる。以上から，$0 < k < 8$。

問 4. (各 10 点)

(1) 周波数伝達関数を計算する。この時，次のように極座標形式を使うと簡単である。

$$P(j\omega) = \frac{1}{(j\omega+1)^2} = \frac{1}{(\sqrt{1+\omega^2}e^{j\theta})^2} = \frac{1}{1+\omega^2}e^{-j2\theta}, \quad \theta = \tan^{-1}\omega$$

したがって，

$$|P(j\omega)| = \frac{1}{1+\omega^2}, \quad \angle P(j\omega) = -2\tan^{-1}\omega$$

(2) $\omega > 0$ に注意して

$$\angle P(j\omega) = -2\tan^{-1}\omega = -(2/3)\pi$$

を解くと

$$\omega = \sqrt{3}$$

また，この時のゲインは

$$|P(j\sqrt{3})| = \frac{1}{1+(\sqrt{3})^2} = \frac{1}{4}$$

(3) 位相余裕が 60 度のとき，$L(j\omega)$ の位相は -120 度となる。$C = k$ は比例制御器で $k > 0$ を満たすので，一巡伝達関数 $L = PC$ の位相は P の位相に等しい。したがって，$L(j\omega)$ の位相が -120 度になる角周波数 ω_c は (2) の結果から $\omega_c = \sqrt{3}$ となる。このとき，$L(j\omega_c)$ のゲインが 1 になればよいので，

$$|L(j\omega_c)| = |k \cdot P(j\omega_c)| = k \cdot |P(j\omega_c)| = 1$$

を解いて (2) の結果を使うと，次のようになる。

$$k = \frac{1}{|P(j\omega_c)|} = 4$$