

No.10 略解

問 1

- (1) C の両端は R_1, R_2, L を経由してつながっているので, C の電荷はやがて 0 になる。よって, 定常状態では, C の電荷と回路を流れる電流は 0 となる。このことより, $i_1(0) = 0, q(0) = 0$

- (2) 回路方程式は

$$R_1 i_1(t) + L \frac{di_1(t)}{dt} = E$$

これを解いて

$$i_1(t) = \frac{E}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{R_1}{L}t} \right)$$

- (3) 回路方程式は

$$R_2 i_2(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i_2(t) dt = E$$

これを解いて

$$i_2(t) = \frac{E}{R_2} e^{-\frac{1}{R_2 C}t}$$

- (4) $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$ を微分して 0 とおく。

$$\frac{E}{L} e^{-\frac{R_1}{L}t} - \frac{E}{R_2^2 C} e^{-\frac{1}{R_2 C}t} = 0$$

これが時間 t によらず成り立つためには,

$$\frac{E}{L} = \frac{E}{R_2^2 C}, \quad \frac{R_1}{L} = \frac{1}{R_2 C}$$

これを解いて次式を得る。

$$R_1 = R_2 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

問 2

- (1) 回路方程式は次式となる。

$$\frac{1}{C_1} \left(\int_0^t (-i(t)) dt + q_0 \right) = Ri(t) + \frac{1}{C_2} \int_0^t i(t) dt$$

- (2)

$$i = \frac{q_0}{RC_1} e^{-\frac{C_1+C_2}{RC_1 C_2}t}$$

- (3)

$$\begin{aligned} v_{c1}(t) &= \frac{1}{C_1} \left(\int_0^t (-i(t)) dt + q_0 \right) \\ &= \frac{q_0}{C_1 + C_2} \left(\frac{C_2}{C_1} e^{-\frac{C_1+C_2}{RC_1 C_2}t} + 1 \right) \end{aligned}$$

- (4)

$$\begin{aligned} v_{c2}(t) &= \frac{1}{C_2} \int_0^t i(t) dt \\ &= \frac{q_0}{C_1 + C_2} \left(1 - e^{-\frac{C_1+C_2}{RC_1 C_2}t} \right) \end{aligned}$$