制御工学 最終回スライド

宇都宮大学 工学部 電気電子工学科
平田　光男

12章　古典制御理論による制御系設計

直列補償

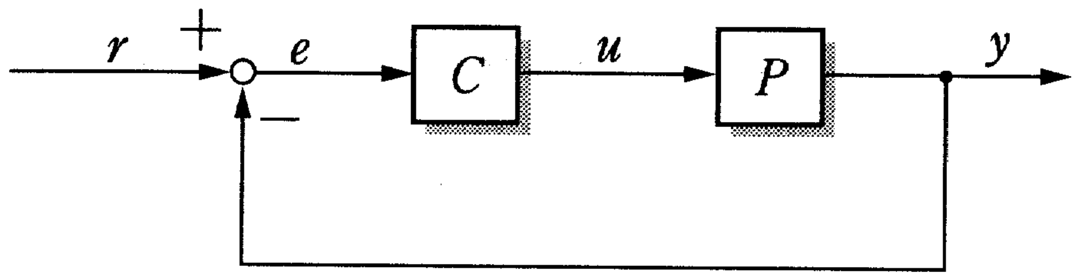


図 12.1　直列補償

制御系が望ましい特性になるよう制御対象Pの特性を補償器Cによって補償する

直列補償として良く用いられる手法

PID補償器

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

k_p　比例ゲイン

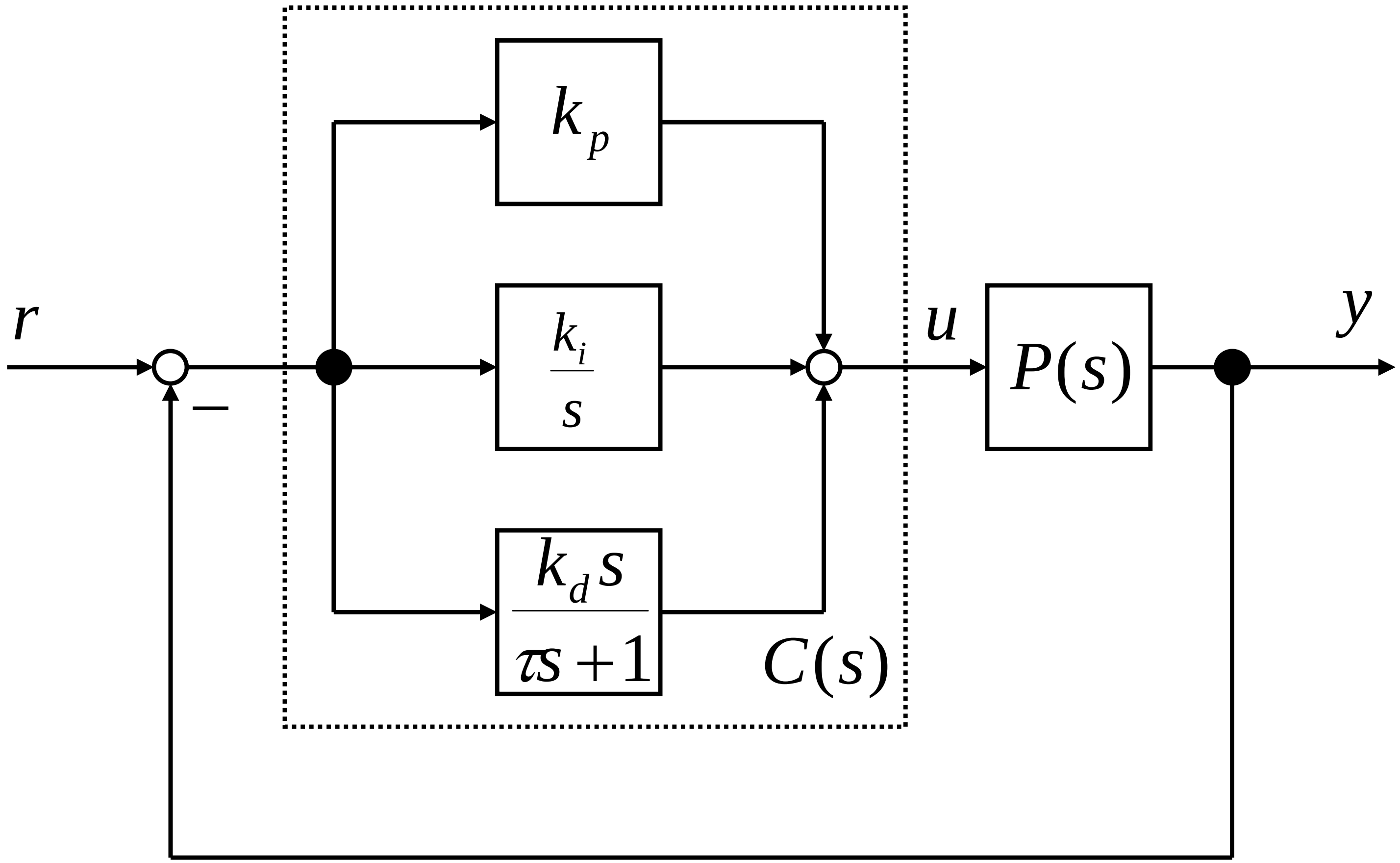
k_i　積分ゲイン

k_d　微分ゲイン

PID補償器（近似微分器による実現）

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \frac{s}{\tau s + 1}$$

PID制御系のブロック線図

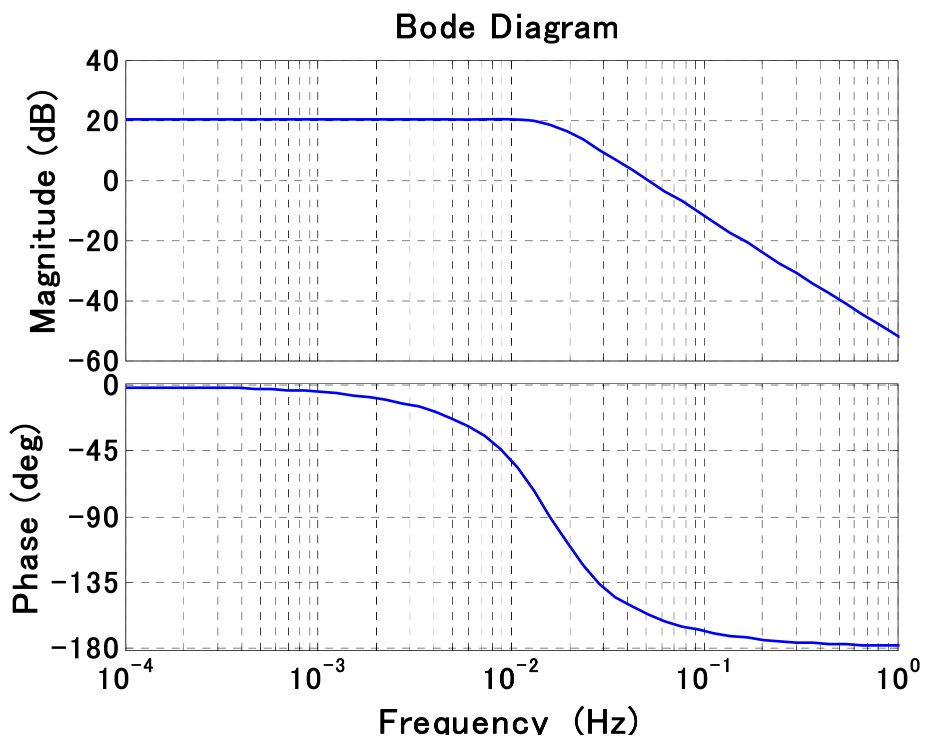


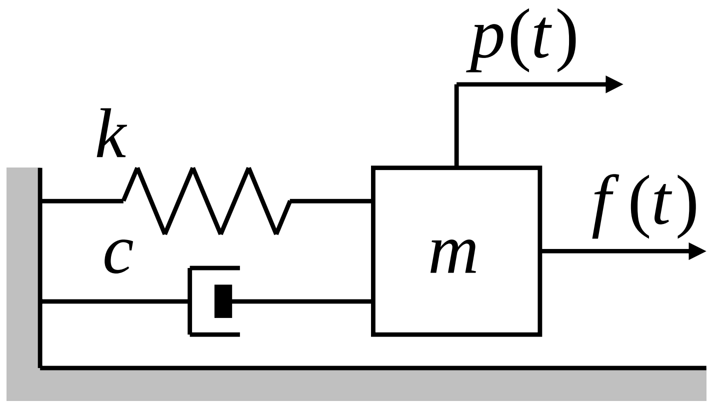
制御対象が二次遅れ系の場合の例

- 制御対象 (二次遅れ系)

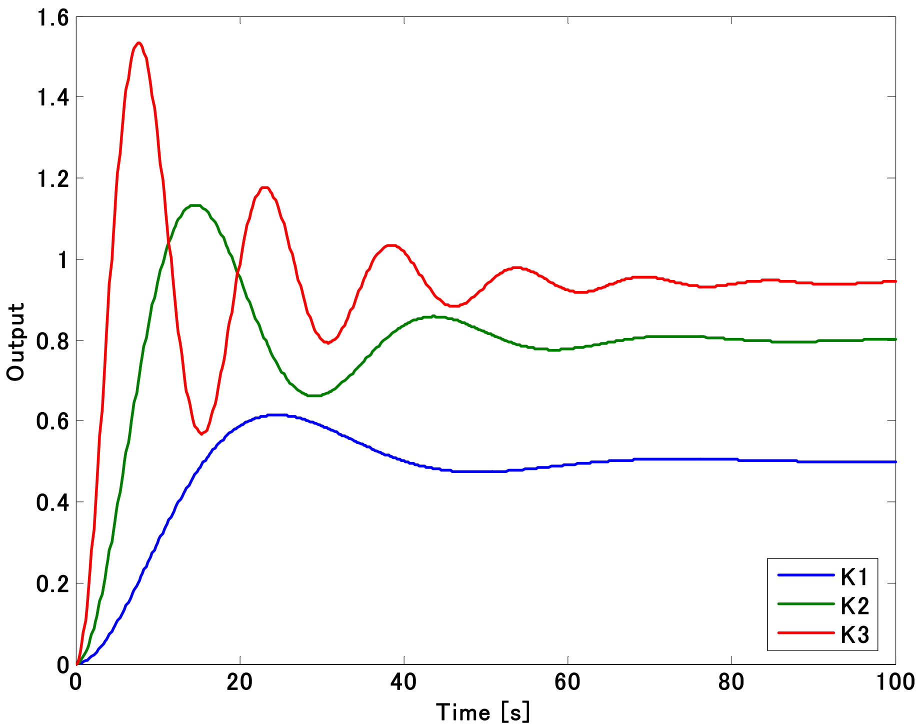
$$P = \frac{10\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad \omega_n = 0.1,\ \zeta = 0.6$$

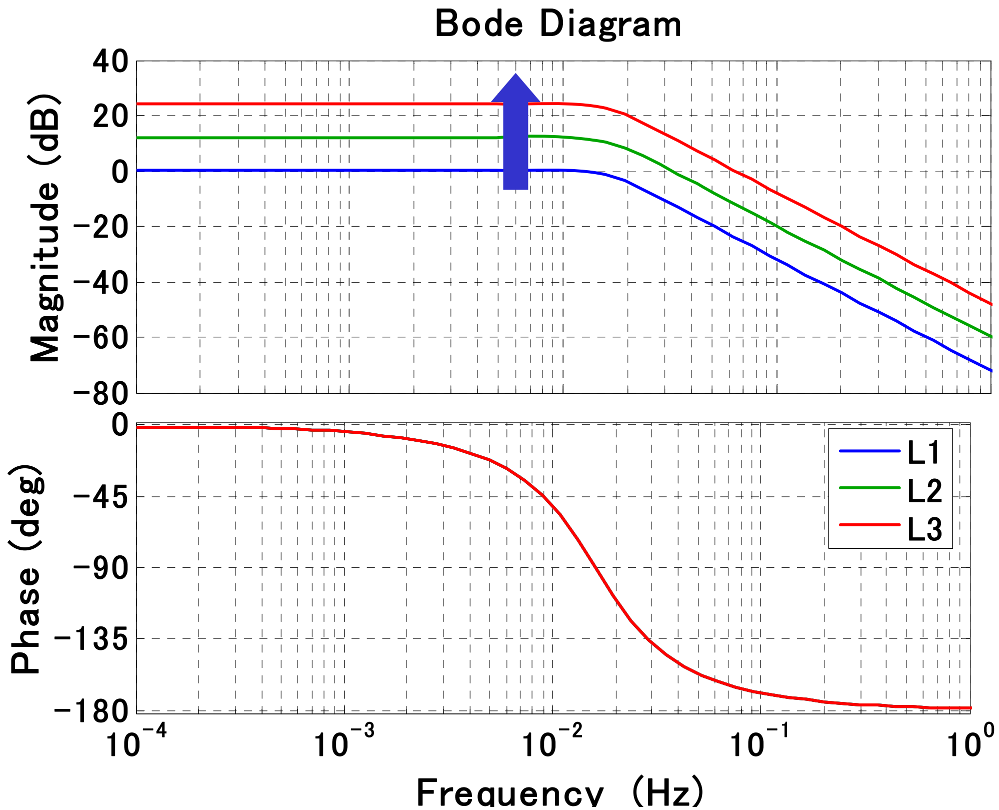
バネ-マス-ダンパ系の伝達関数





比例制御

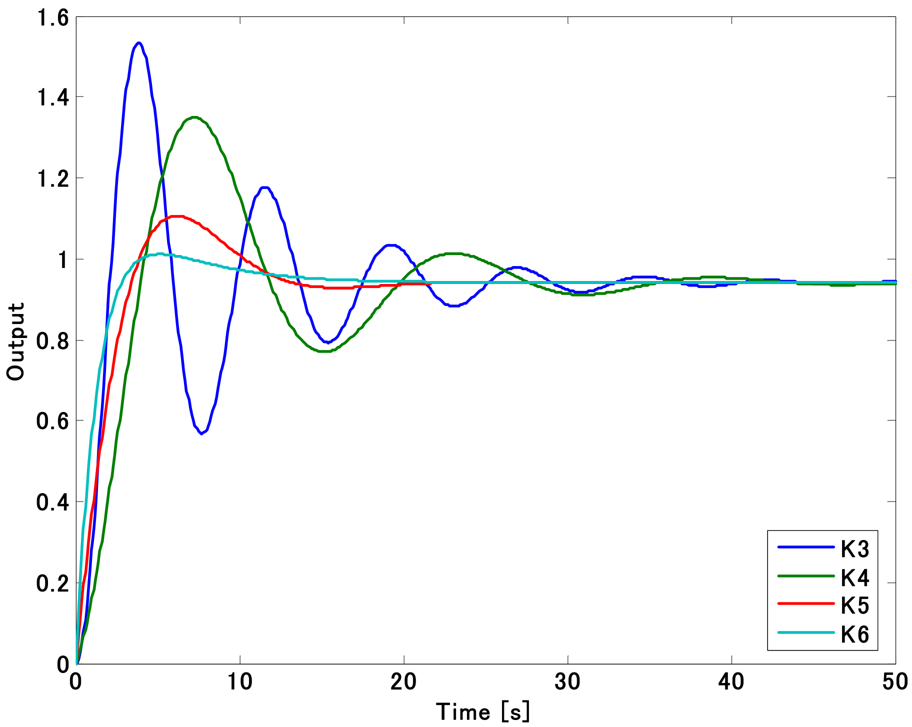


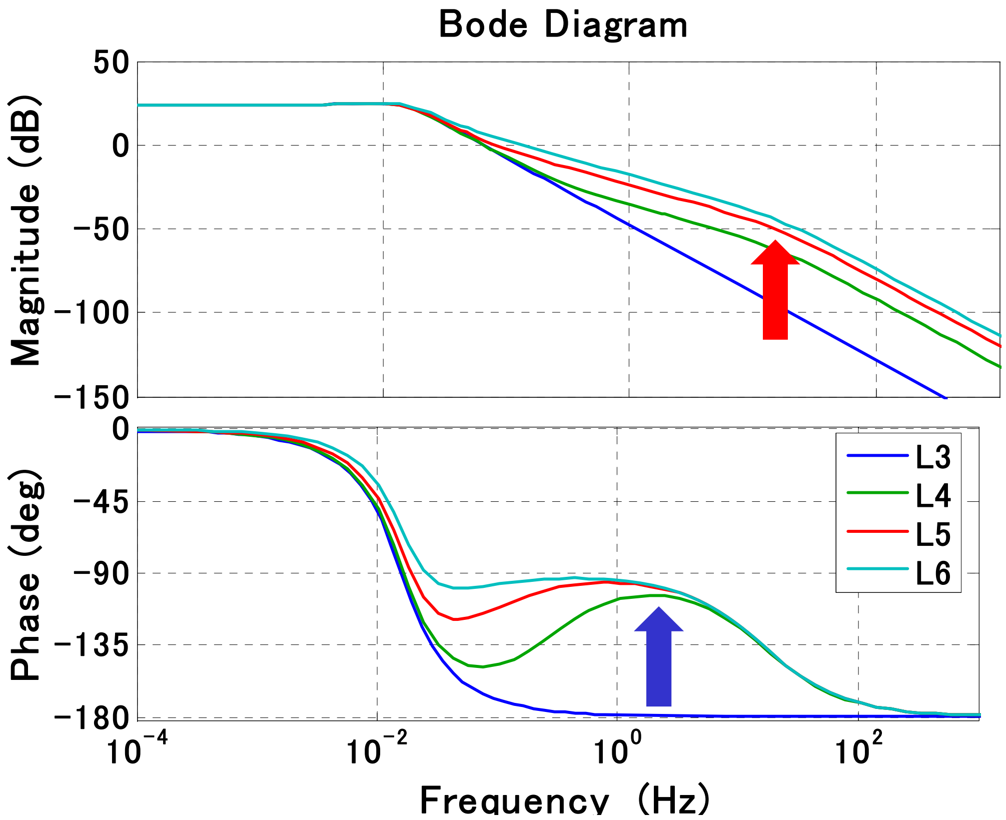


$$
\begin{aligned}
K_1 &= 0.1 \\
K_2 &= 0.4 \\
K_3 &= 1.6
\end{aligned}
$$

開ループ特性

比例＋微分制御





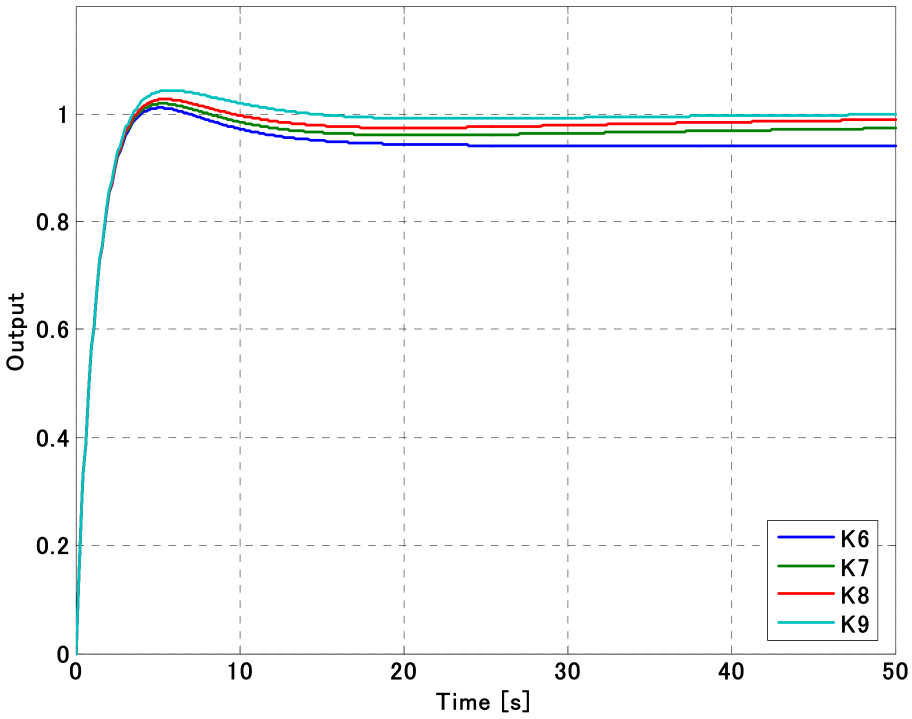
開ループ特性

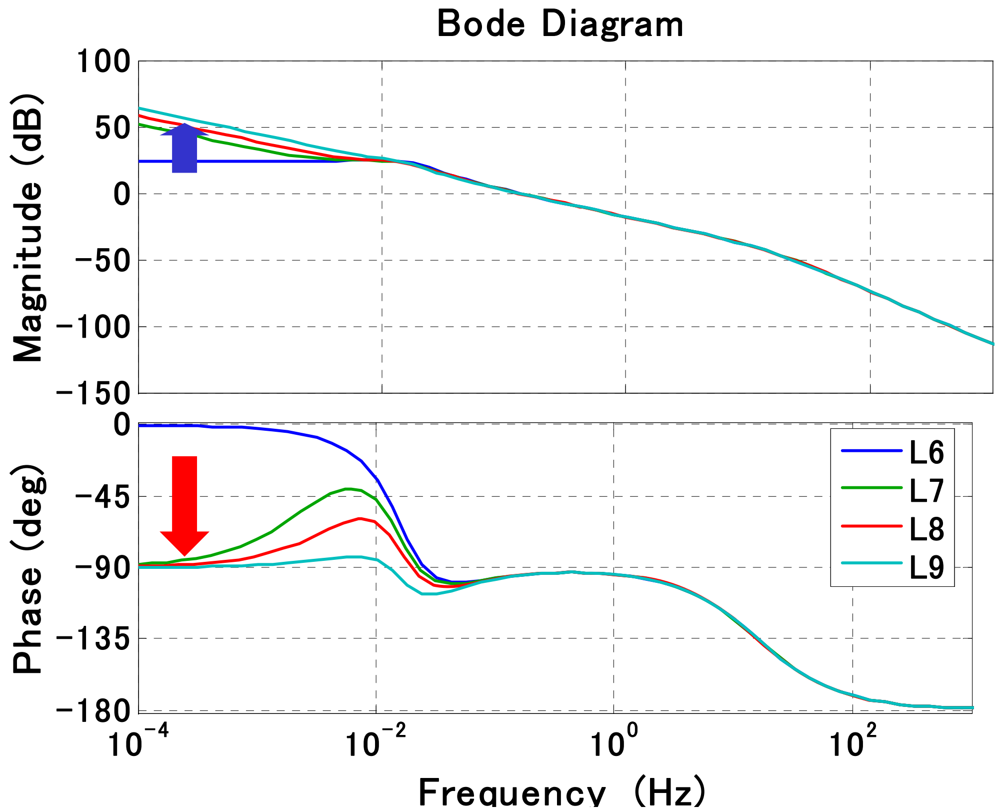
$$K_4 = K_3 + 1 \times \frac{s}{0.01\tau + 1}$$

$$K_5 = K_3 + 4 \times \frac{s}{0.01\tau + 1}$$

$$K_6 = K_3 + 8 \times \frac{s}{0.01\tau + 1}$$

比例＋微分＋積分制御

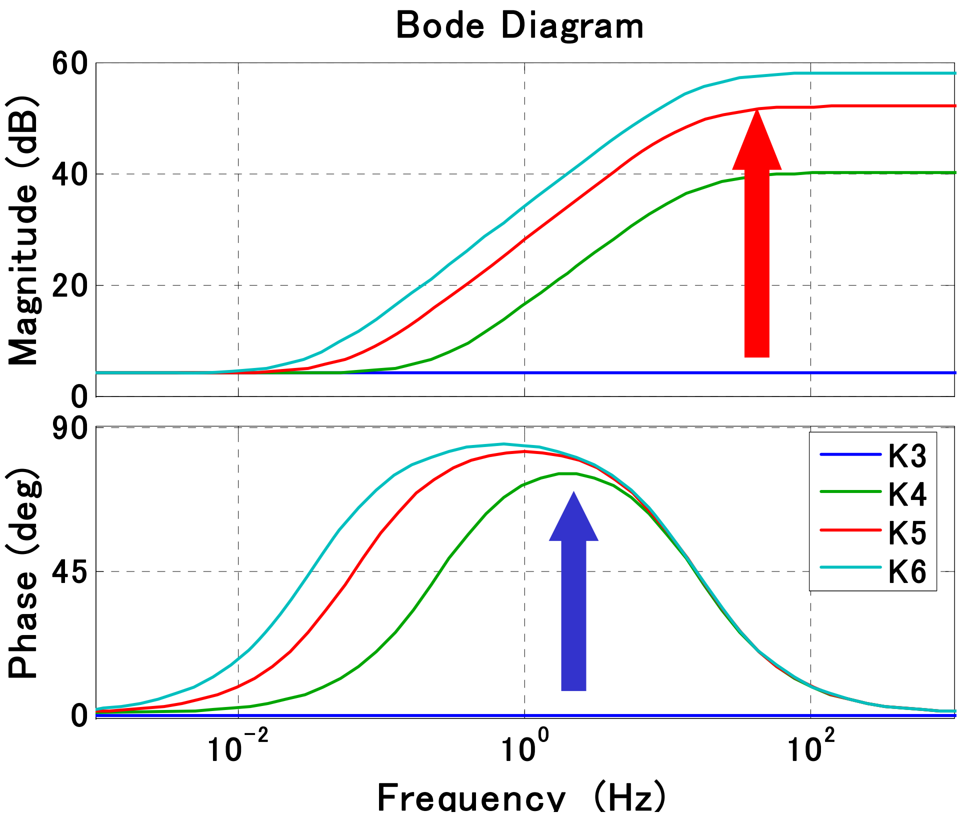




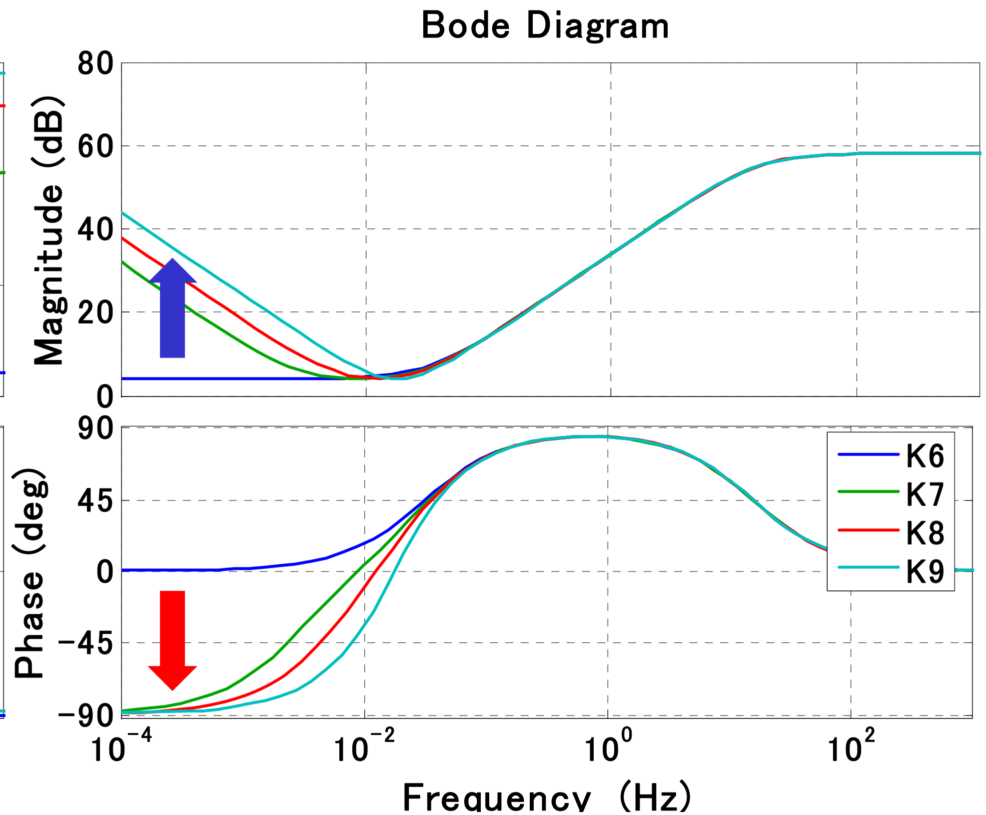
$$
\begin{aligned}
K_7 &= K_6 + \frac{0.025}{s} \\
K_8 &= K_6 + \frac{0.05}{s} \\
K_9 &= K_6 + \frac{0.1}{s}
\end{aligned}
$$

開ループ特性

制御器の比較



PD制御器
（比例＋微分）

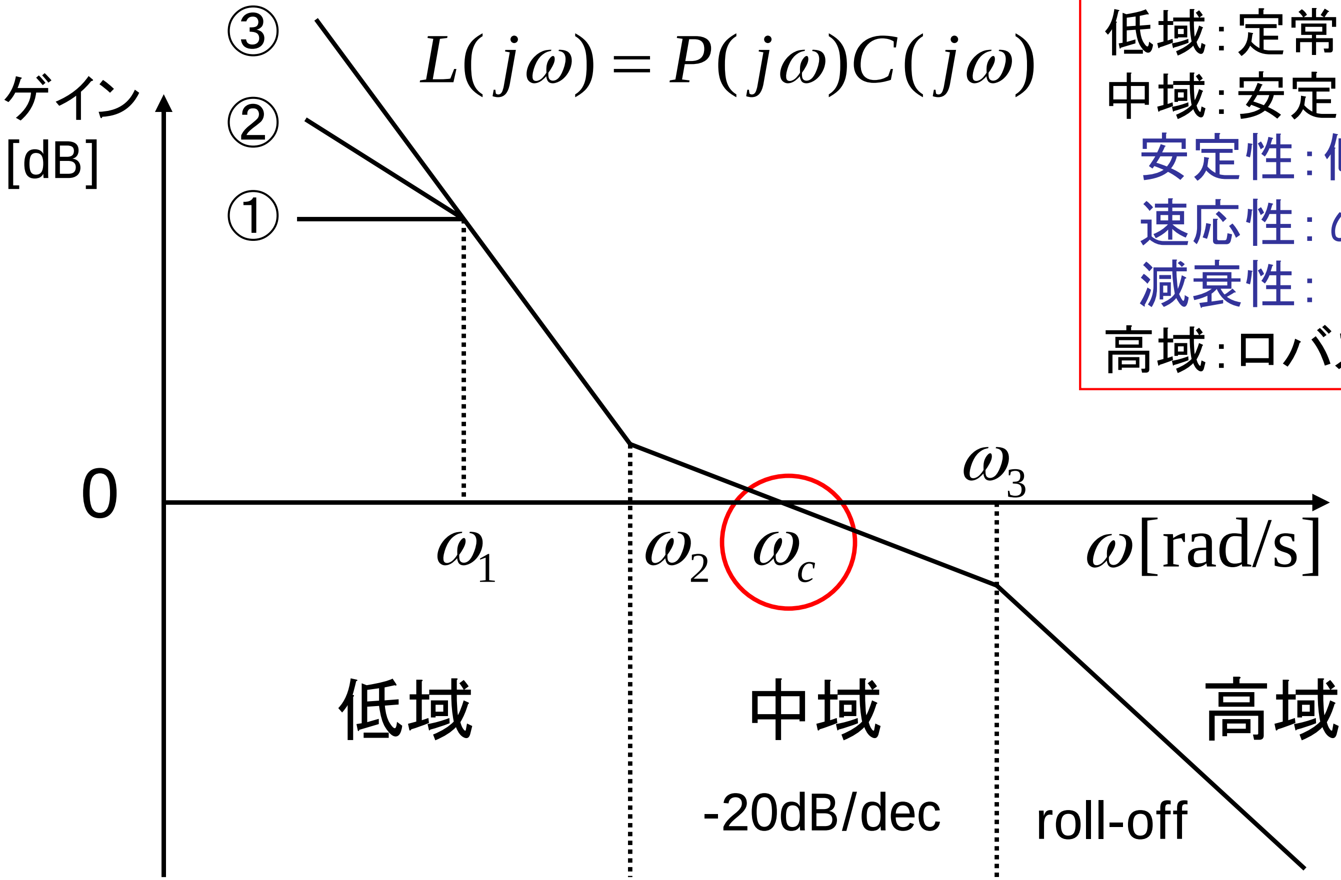


PID制御器
（比例＋微分＋積分）

PID制御のまとめ

- 比例ゲインを大きくすると，速応性が増す。ただし，それにともなって，安定度が低下する場合がある。
- 微分ゲインを大きくすると，安定度が増す。ただし，制御器の高周波のゲインが大きくなるので，ノイズなどに弱くなる
- 積分ゲインを大きくすると，定常特性が改善される。ただし，大きくしすぎると，安定性を損なう場合がある。

開ループ特性$L=PC$の望ましい形



低域：定常特性
中域：安定性と過渡特性
　安定性：傾きを-20dB/dec
　速応性：ω_cを高める
　減衰性： ω_cでの位相余裕を確保する
高域：ロバスト安定性

① 0dB/dec :0型の制御系
② -20dB/dec :1型の制御系
③ -40dB/dec :2型の制御系

解析的にPIDゲインを求める手法

制御対象

$$P(s) = \frac{c}{s^2 + as + b}$$

閉ループ伝達関数

$$T = \frac{PK}{1+PK} = \frac{cK_D s^2 + cK_P s + cK_I}{s^3 + (a + cK_D)s^2 + (b + cK_P)s + cK_I}$$

根を μ_1, μ_2, μ_3 に持つ多項式

$$(s-\mu_1)(s-\mu_2)(s-\mu_3) = s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0$$

係数比較から求まる PID ゲイン

$$K_P = \frac{\alpha_1 - b}{c}, \quad K_I = \frac{\alpha_0}{c}, \quad K_D = \frac{\alpha_2 - a}{c}$$

例題

制御対象

$$P = \frac{10\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

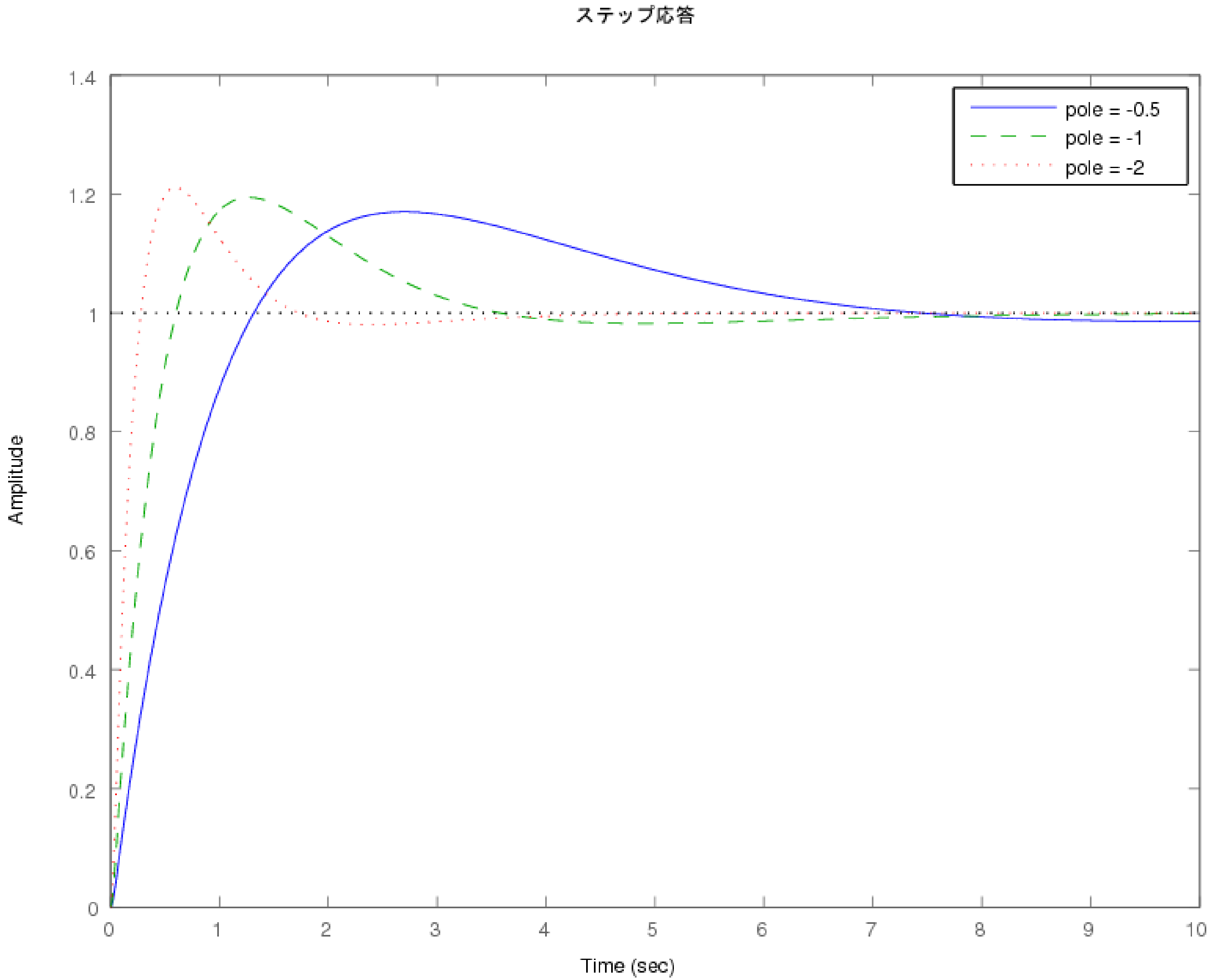
閉ループ極（3 重根）

$$(s-\alpha)^3 = s^3 - 3\alpha s^2 + 3\alpha^2 s - \alpha^3$$

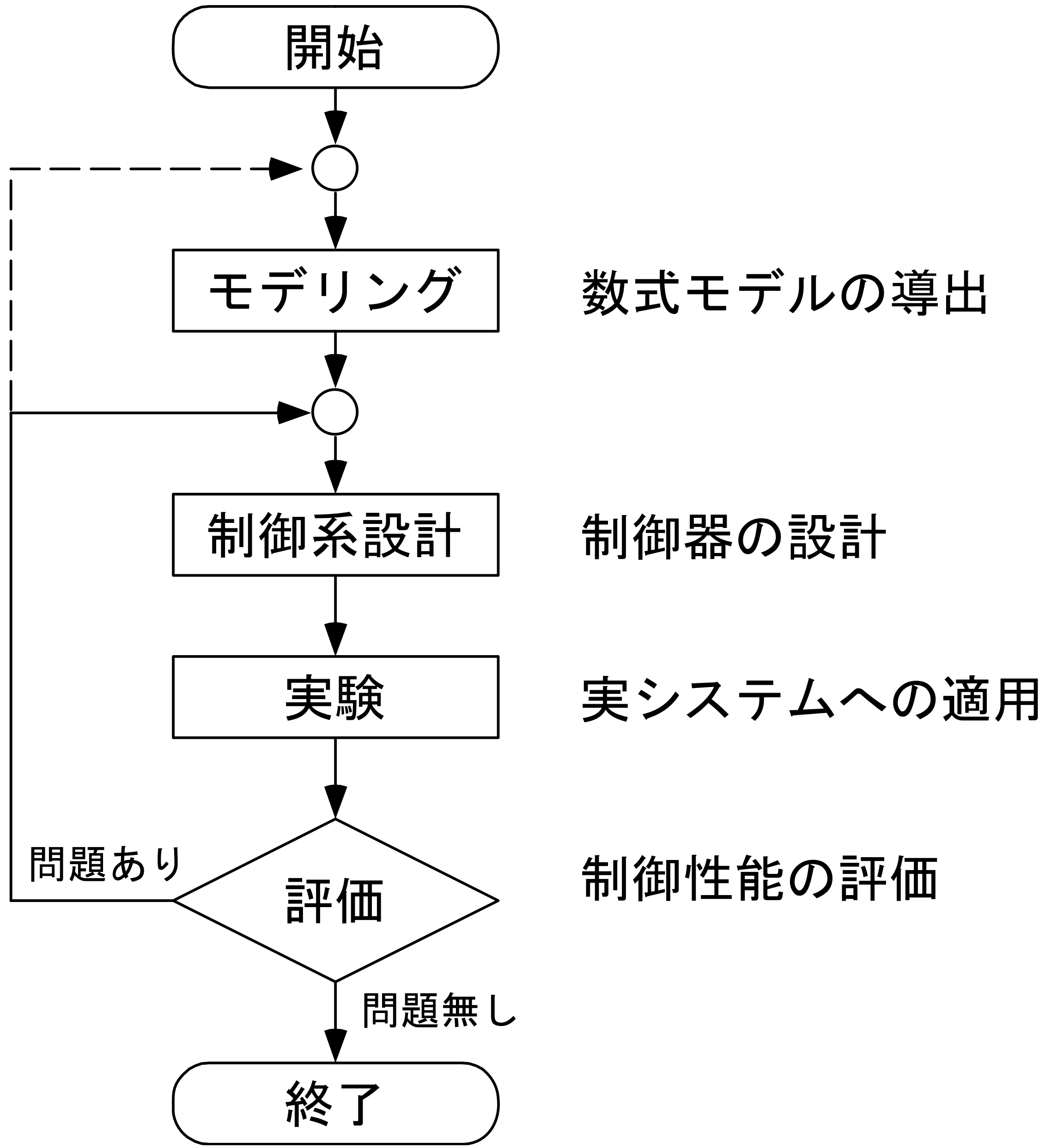
係数比較から求まる PID ゲイン

$$K_P = \frac{3\alpha^2 - \omega_n^2}{10\omega_n^2}, \quad K_I = \frac{-\alpha^3}{10\omega_n^2}, \quad K_D = \frac{-3\alpha - 2\zeta\omega_n}{10\omega_n^2}$$

シミュレーション結果


ステップ応答
pole = -0.5
pole = -1
pole = -2
Amplitude
Time (sec)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

制御系設計の流れ


開始
モデリング
数式モデルの導出
制御系設計
制御器の設計
実験
実システムへの適用
評価
制御性能の評価
問題あり
問題無し
終了